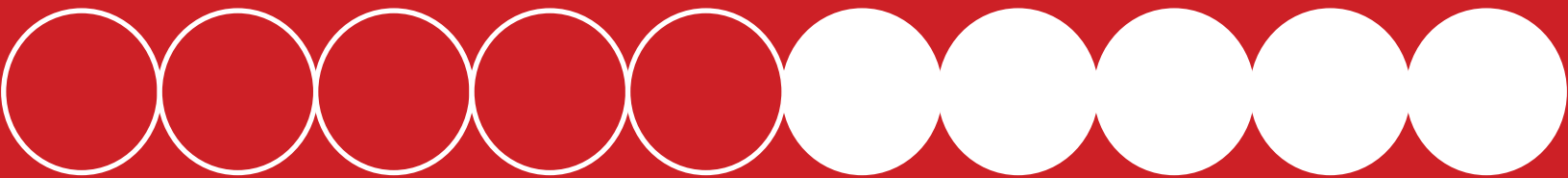


the**rekenrek**



Aprendiendo a Pensar Matemáticamente con el Rekenrek

Un Recurso para Profesores, Una Herramienta para los Niños

Jeff Frykholm, Ph.D.
Boulder, Colorado

Alejandra Besa, Magíster
Santiago, Chile

Aprendiendo a Pensar Matemáticamente con el Rekenrek
Un Recurso para Profesores, Una Herramienta para los Niños
(Learning to Think Mathematically with the Rekenrek
A Resource for Teachers, A Tool for Young Children)
by Jeffrey Frykholm, Ph.D.

Published by The Math Learning Center
© 2008 The Math Learning Center. All rights reserved.
The Math Learning Center, PO Box 12929, Salem, Oregon 97309. Tel 1 (800) 575-8130
www.mathlearningcenter.org

Originally published in 2008 by Cloudbreak Publishing, Inc., Boulder, Colorado

The Math Learning Center grants permission to reproduce and share print copies or electronic copies of the materials in this publication for educational purposes. For usage questions, please contact The Math Learning Center.

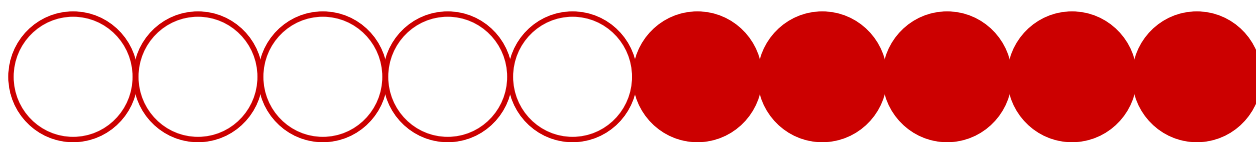
The Math Learning Center grants permission to writers to quote passages and illustrations, with attribution, for academic publications or research purposes. Suggested attribution: "Aprendiendo a Pensar Matemáticamente con el Rekenrek," Jeffrey Frykholm and Alejandra Besa, 2008.

The Math Learning Center is a nonprofit organization serving the education community. Our mission is to inspire and enable individuals to discover and develop their mathematical confidence and ability. We offer innovative and standards-based professional development, curriculum, materials, and resources to support learning and teaching.

ISBN: 978-1-60262-567-9

Aprendiendo a Pensar Matemáticamente con el Rekenrek

Un Recurso para Profesores, Una Herramienta para los Niños



Autores:

Jeffrey Frykholm, Ph.D.
Boulder, Colorado

Alejandra Besa, Magíster
Santiago, Chile

Prólogo: Este libro proporciona a los profesores una base teórica, un conocimiento práctico y la experticia necesaria, para usar una poderosa herramienta matemática llamada "El Rekenrek" (también conocido como el "Rack Aritmético"). Construido sobre la idea de que los niños tienen que ser capaces de "ver" números dentro de otros números (por ejemplo, 7 puede ser pensado como un "5 y 2 más"), este libro ayuda a los niños a reconocer combinaciones numéricas básicas del cinco y del diez, desarrollar un enriquecedor sentido de los números entre 0 y 20, y construir un poderoso conjunto de estrategias intuitivas para la adición y la sustracción con números de uno o dos dígitos.

Sobre el Autor

Jeffrey Frykholm (PhD, Universidad de Wisconsin, Departamento de Currículum e Instrucción, 1996) es Profesor Asociado de Educación, en la Universidad de Colorado, en Boulder, USA. Como formador de profesores de matemática de escuelas públicas, el Dr. Frykholm ha pasado los últimos 19 años enseñando a los niños, trabajando en cursos de preparación para profesores en formación, proporcionando un desarrollo y soporte profesional a los profesores en sus prácticas docentes, y trabajando en el perfeccionamiento de políticas y prácticas en educación matemática alrededor del mundo (en USA, África, Sud-América, América Central, y el Caribe).

El Dr. Frykholm también ha escrito más de 30 artículos en varias revistas de educación matemática y de ciencias para profesores en práctica e investigadores en educación. Ha sido parte de un equipo de investigación que ha obtenido más de seis millones de dólares en fondos de beca para apoyar la investigación en educación matemática. También tiene una vasta experiencia en desarrollo curricular, sirviendo en el *NCTM* (*Consejo Nacional de Profesores de Matemática*) escribió junto a un equipo especializado una serie de libros llamados “*Navigations*”. Ha escrito dos importantes y respetados programas curriculares: un programa integrado de matemática y ciencias, K-4, programa titulado “*Earth Systems Connections*”, financiado por la NASA el año 2005, y un innovador programa para 5° a 8° grados titulado “*Inside Math*” (Cambium Learning, 2008). “*Learning to think mathematically with the Rekenrek*” es su tercer programa curricular, diseñado específicamente para profesores de Educación Primaria.

En el año 2006 el Dr. Frykholm obtuvo la muy prestigiosa beca Fulbright de la Academia Nacional de Educación, ésta consistió en una estadía de 8 meses en Santiago de Chile lo que le permitió enseñar e investigar en educación matemática en ese país.

Alejandra Besa, Profesora de Matemática (PUC) y Magíster en Ciencias con mención en Didáctica de la Matemática (Pontificia Universidad Católica de Valparaíso-Chile, 2007). Profesora de Didáctica de la Matemática en la Escuela de Educación de la Universidad de Los Andes en Santiago desde el 2006. Docente en el área de Matemática en las Escuelas de Odontología, Enfermería, Ingeniería Comercial e Administración de Servicios de la Universidad de Los Andes, desde 1997. Docente del postítulo Gestión Pedagógica y Calidad Educativa (UANDES 2006-2008). Profesora de Capacitación Docente en el área Matemática para profesores del Nivel Inicial y Primario en ejercicio. Pasantías en Escuelas Públicas de Boulder-Colorado (2007-2008).

Tabla de Contenidos

CAPÍTULO UNO: SOBRE EL REKENREK	1
CAPÍTULO DOS: ¿POR QUÉ UTILIZAR EL REKENREK?	3
CAPÍTULO TRES: ACTIVIDADES CON EL REKENREK.....	6
LECCIÓN 1: CONOZCA EL REKENREK!.....	8
LECCIÓN 2: MUÉSTRAME... 1 AL 5.....	10
LECCIÓN 3: FORMAR EL 5	12
LECCIÓN 4: MUÉSTRAME... 5 AL 10.....	14
LECCIÓN 5: FORMAR EL 10: DOS FILAS.....	16
LECCIÓN 6: NO PARPADEES - ATAQUE FLASH!	21
LECCIÓN 7: COMBINACIONES ADITIVAS BÁSICAS, 0-10.....	24
LECCIÓN 8: COMBINACIONES ADITIVAS BÁSICAS, 10 AL 20	27
LECCIÓN 9: LOS DOBLES.....	30
LECCIÓN 10: CASI EL DOBLE.....	32
LECCIÓN 11: PARTE-PARTE-TODO	34
LECCIÓN 12: ES AUTOMÁTICO... COMBINACIONES ADITIVAS	37
LECCIÓN 13: EL REKENREK Y LA RECTA NUMÉRICA	39
LECCIÓN 14: SUSTRACCIÓN	42
CAPÍTULO 4: PROBLEMAS VERBALES CON EL REKENREK ..	45
PROBLEMAS VERBALES LECCIÓN 1: PROBLEMAS DE CAMBIO.....	48
PROBLEMAS VERBALES LECCIÓN 2: PROBLEMAS DE SEPARACIÓN	50
PROBLEMAS VERBALES LECCIÓN 3: PROBLEMAS DE COMBINACIÓN PARTE-PARTE-TODO	53
PROBLEMAS VERBALES LECCIÓN 4: PROBLEMAS DE COMPARACIÓN	55
NOTAS.....	58

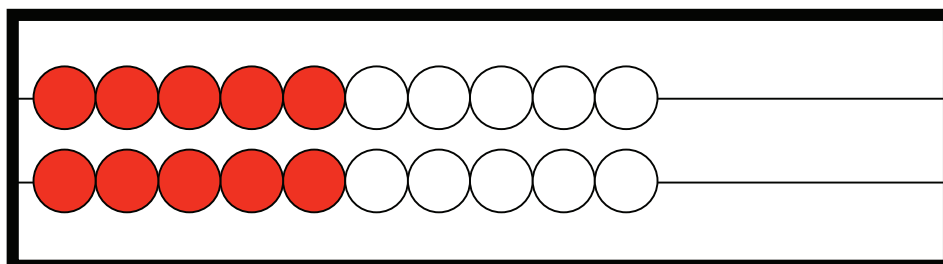
Capítulo Uno: Sobre el Rekenrek

No hay una tarea más importante que ayudar a los niños, en sus primeros años, a desarrollar una fuerte comprensión de los números, es decir, sus significados, las relaciones entre ellos y cómo tienen que empezar a interactuar con ellos. Los investigadores en educación matemática, con la ayuda de varios modelos, se han focalizado durante mucho tiempo en estos objetivos. Contadores, rectas numéricas, Bloques Multibase, y otros manipulativos, han sido usados por décadas para cultivar el sentido del número y la comprensión inicial de la adición y sustracción. Aunque cada uno de estos modelos ha mostrado ser efectivo en fomentar el razonamiento matemático, los investigadores están de acuerdo en que todos tienen sus limitaciones.

Recientemente el **Rekenrek**, también llamado “Rack Aritmético”, ha emergido como uno de los modelos más poderosos para jóvenes estudiantes. Desarrollado por investigadores en educación matemática del Instituto Freudenthal de Holanda, quizá uno de los más respetados centro de investigación en educación matemática en el mundo, el Rekenrek combina, en una convincente y accesible herramienta, varias de las fortalezas inherentes a los modelos previamente mencionados. El Rekenrek, fue diseñado para reflejar la natural intuición y las estrategias informales que los niños ya poseen al introducirse en el estudio de los números, la adición y sustracción. El Rekenrek proporciona un modelo visual que estimula a los jóvenes estudiantes a construir números, en grupos de cinco y de diez, a usar estrategias como “el doble de...” o “la mitad de...” y contar desde relaciones conocidas para resolver problemas de adición y sustracción. Si se utiliza en forma constante, a corto plazo los niños desarrollan un amplio sentido del número y estrategias intuitivas lo que les permite resolver problemas en contexto que requieran de la adición y sustracción.

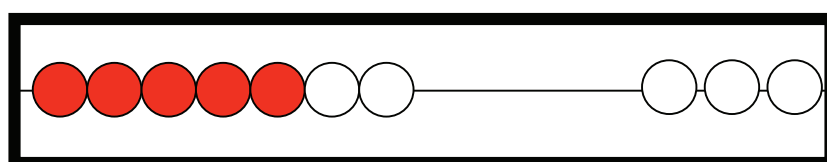
Qué es el Rekenrek?

Como fuera señalado anteriormente, el Rekenrek combina características de la recta numérica, de los contadores, y del modelo Multibase. Consta de dos hileras, con 10 cuentas cada una, separadas estratégicamente en dos grupos: cinco cuentas rojas, y cinco cuentas blancas. En este modelo hay una invitación implícita y aparente para que los niños piensen en grupos de cinco y de diez.



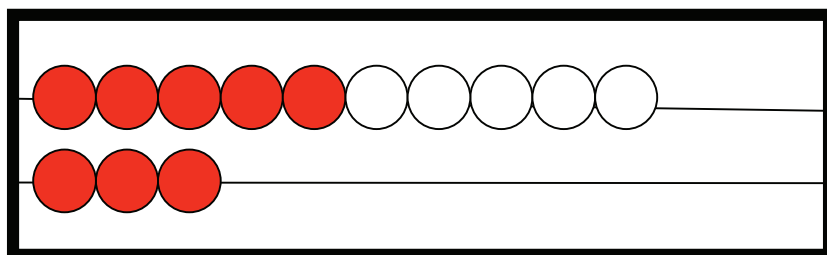
Por supuesto, este modelo puede ser también adaptado para que se sientan cómodos los niños que puedan ser más o menos avanzados. Una hilera con 5 o 10 cuentas se puede elaborar fácilmente, o también para una mayor complejidad, el profesor puede querer usar dos hileras de 20 cuentas cada una. En cualquier caso, estos Rekenreks alternativos pueden ser usados para enseñar los mismos conceptos a grupos de niños que se encuentran en distintos niveles de desarrollo cognitivo.

La estructura del Rekenrek, que destaca grupos de 5, ofrece imágenes visuales a aquellos jóvenes estudiantes que están en las primeras etapas de la comprensión del número, como por ejemplo en la combinación de dos o más números. Con el Rekenrek, los niños aprenden rápidamente a “ver” grupos de 5 y de 10. Por lo tanto, el niño verá el número 7 como dos grupos distintos, un grupo de 5 y dos más. Como un segundo ejemplo, el niño verá el 13 como un grupo de 10 y tres más.



Siete es visto como “5 y 2 más”

5 y 2 más



← Una fila de 10

← 3 más

Trece es visto como “10 y 3 más”

Las investigaciones han indicado, en forma consistente, la importancia de visualizar la cardinalidad de un número como una colección de objetos. La mayor parte de los adultos, por ejemplo, no necesita contar individualmente los puntos de la cara de un dado para saber el valor de cada cara. Con este mismo propósito en mente, el Rekenrek, con su tendencia intrínseca a centrarse en el 5 y el 10, permite a los niños visualizar números como colecciones de objetos en grupos. La estrategia de ver números “dentro” de otros números, particularmente el 5 y el 10, impulsa el desarrollo de estrategias informales para la adición y sustracción, estrategias que los estudiantes adquirirán naturalmente a través del uso repetitivo del Rekenrek. Las actividades en este libro están desarrolladas secuencialmente para fomentar este tipo de desarrollo.



Capítulo Dos: ¿Por qué utilizar el Rekenrek?

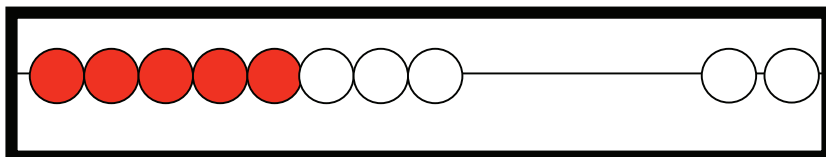
Es importante tener siempre una razón para los métodos que empleamos cuando se les enseña matemática a los niños. Usar material concreto sin una profunda comprensión del potencial y de los posibles riesgos que estos materiales conllevan, no sólo pueden limitar su efectividad, sino que incluso en algunos casos, interrumpir el desarrollo natural y deseado del pensamiento matemático de los niños. Por lo tanto, los siguientes párrafos tienen el propósito de entregar un breve resumen de las razones que sustentan y justifican el uso del Rekenrek.

Cardinalidad

En general existe el consenso de que la noción de número es sinónimo de objetos que pueden ser contados. Es decir, destacamos muchas veces la memorización de una secuencia numérica como una herramienta de conteo secuencial, de la misma manera en que los niños recitan el alfabeto. Mientras que los niños le dedican tiempo al conteo secuencial, una destreza importante, el profesor también debe esforzarse por ayudarlos a desarrollar la cardinalidad, es decir, el reconocimiento de la correspondencia uno a uno entre el número de objetos de un conjunto y el numeral que se utiliza para nombrarlo. Generalmente los niños aprenden *cómo* contar verbalmente, antes de comprender que la última palabra del conteo indica la cantidad de objetos del conjunto, es decir, la cardinalidad del conjunto. El Rekenrek ayuda a los niños a que “vean” los números como grupos (en este caso grupos de cinco y diez, y “dobles”) en vez de tener que contar cada objeto en cada conjunto.

Subitizing

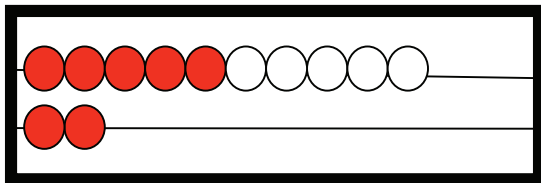
Tanto los Psicólogos Educativos como los Investigadores en Educación Matemática usan el término “subitizing” como un constructo utilizado para describir el proceso cognitivo a través del cual se reconoce patrones numéricos y se asocia un numeral con una cantidad dada. Aunque este constructo puede ser bastante complejo, dependiendo de la forma en que está siendo elaborado, con el objeto de ayudar a los niños a desarrollar el sentido del número a través del uso del Rekenrek, se considerará el “subitizing” como la habilidad de reconocer, instantáneamente, agrupaciones particulares de objetos dentro de una agrupación más grande, sin tener que contar cada elemento en forma individual. El Rekenrek ayuda a los niños a construir esa capacidad natural de “subitizar” de manera que se reconozcan cantidades hasta 10 y mayores, para estudiantes avanzados, sin depender de la rutina del conteo. En el ejemplo que se presenta, el niño usa la estructura del Rekenrek (5os. y 10s.) para subitizar el 8, es decir, verlo como un grupo de 5 y tres más sin tener que contar las cuentas en forma individual.



Ocho es “subitizado” y visto en dos grupos: Un grupo de 5 y un grupo de 3

Descomposición: Parte – Parte - Todo

Una vez que los niños son capaces de “*subitizar*”, es sólo cuestión de tiempo antes de que sean capaces de hacer *descomposiciones* numéricas más complejas. Este



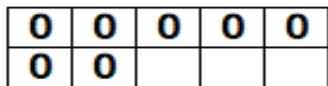
último concepto es esencial para la comprensión de aquellos procedimientos que se usan en la completación de operaciones, tanto con números grandes como pequeños. Efectivamente, los dos conceptos están relacionados.

Un alumno puede “*subitizar*” el número 12 como un grupo de 10 y 2 más. Algunos investigadores en educación matemática se refieren a este proceso como la *Representación Parte – Parte - Todo*, determinando las partes individuales que comprende el todo. Posteriormente se puede usar esta noción de *descomponer* el número 12 para operar con él: 4×12 puede ser pensado como 4×10 más 4×2 como está ilustrado en el modelo de área. El Rekenrek crea un marco de referencia para la comprensión conceptual de la *descomposición* que se relaciona en forma particular con las operaciones.

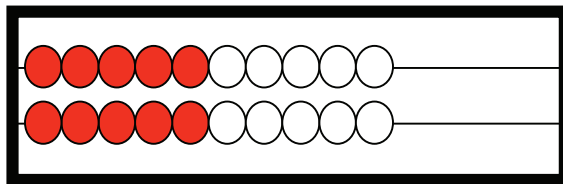
$$\begin{array}{cc}
 10 & 2 \\
 \boxed{4} & \boxed{8} \\
 4 \quad \boxed{40} & \boxed{8} = 4 \times 12 \\
 40 + 8 = 48
 \end{array}$$

La importancia de focalizarse en los Grupos de Cinco y Diez

La importancia de ayudar a los niños a *agrupar en grupos de 5 y de 10* nunca será lo suficientemente enfatizada. Dos modelos manipulativos comunes, usados con frecuencia y con bastante éxito, son los modelos “Marco de 5” y “Marco de 10”. Hay numerosas actividades fácilmente disponibles para el Marco de 5 y el Marco de 10 que ayudan a los niños a sentirse cómodos con la noción de “10”, uno de los conceptos fundamentales, alrededor del cual se construye el sistema de numeración decimal.



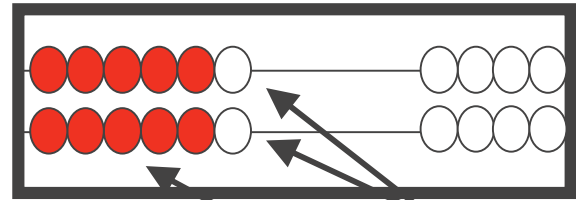
Marco de 10



En cierto sentido, el Rekenrek puede ser pensado como un modelo *dinámico* del Marco de 10. Como el diez juega un papel tan importante en el sistema de numeración decimal y porque el diez puede ser encontrado combinando dos cincos, es imperativo que se ayude a los niños a desarrollar sólidas relaciones para cada número entre el 1 y el 20, fortaleciendo así la *focalización en el 5 y el 10*.

Estrategias Informales: Duplicando, Dividiendo en mitades, Uno/Dos Más, Uno/Dos Menos

El Rekenrek puede ayudar al desarrollo de estrategias informales para la adición y sustracción, las que son esenciales para el trabajo posterior con números más grandes de dos y tres dígitos. Los estudiantes aprenden estrategias como duplicar y dividir en mitades (y los hechos numéricos asociados, por ejemplo $6 + 6 = 12$) así como también la noción de “agregar de a uno” y “de a dos”. Con el Rekenrek, los niños rápidamente asocian los números, uno en relación con el otro. Por ejemplo, el siete puede ser visto como “2 menos que 9” o “uno más que 6.”



$6 + 6 \dots = 2 \text{ grupos de } 5 = 10, \text{ y } 2 \text{ más} = 12$

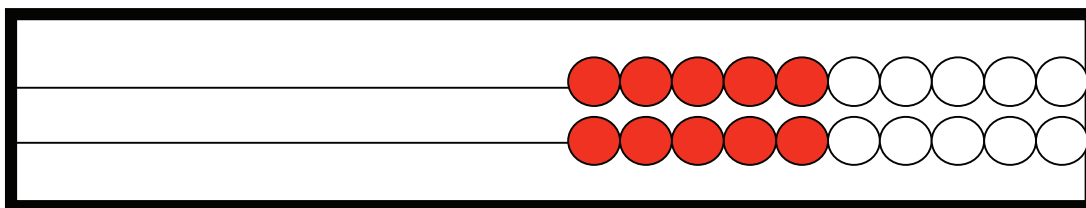
Capítulo Tres: Actividades con el Rekenrek

Cómo empezar con el Rekenrek

El resto de este libro, entrega a los profesores una secuencia de actividades que pueden ser utilizadas para desarrollar el sentido del número y la confianza en estrategias informales para la adición y sustracción con números hasta 20. Las lecciones han sido clasificadas en niveles del 1 al 3, niveles que corresponden aproximadamente a los grados de Kinder a 1°, de 1° a 3° y de 2° a 5°. Sin embargo, antes de realizar las actividades, es importante comprender algunas estrategias claves para introducir y usar el Rekenrek.

Posición Inicial

Es importante establecer la consigna de que todos los problemas empiezan con las cuentas en el extremo derecho de las hileras. Esto es necesario para asegurarse de que todos los estudiantes comiencen los problemas con la misma visualización. Por supuesto, una vez que están involucrados en el contexto del problema, los niños pueden tomar sus propias decisiones de cómo manipular las cuentas. Eso sí, la posición inicial debe ser enfatizada constantemente y así los estudiantes deben aprender que las cuentas están “en juego” en la medida que éstas se deslizan hacia el lado izquierdo del Rekenrek.

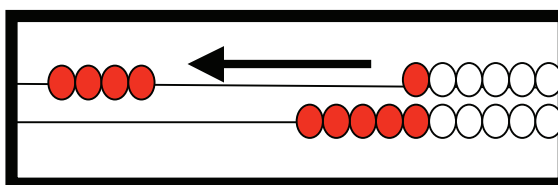
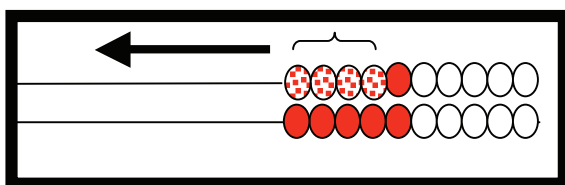


Posición Inicial del Rekenrek

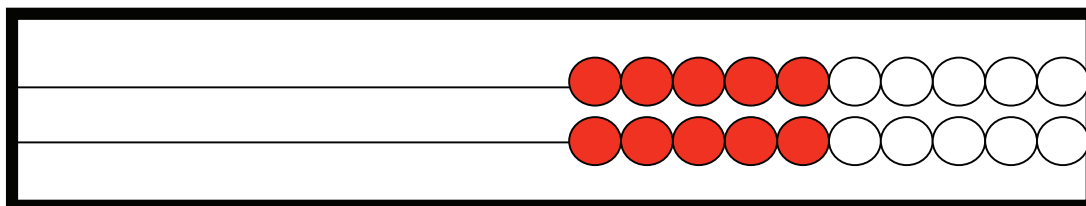
Manipulando el Rekenrek

Una de las ideas que será reforzada durante todas las actividades es que cada vez que sea posible hacerlo, las cuentas deberán ser movidas por los niños en grupos. En un esfuerzo por promover la subitización se aconseja estimular a los niños a deslizar las cuentas hacia la izquierda, y a veces hacia la derecha, ***en grupos***, en vez de contar individualmente las cuentas moviéndolas una a la vez. Por ejemplo, un grupo de cuatro debe ser deslizado hacia la izquierda como un grupo, en vez de cuatro cuentas individuales. Un modelo de razonamiento puede ser:

“Bueno, necesito 4 cuentas hacia la izquierda. Cuatro es uno menos que 5, entonces no necesito las cinco cuentas rojas. Puedo dejar una atrás y correr 4 cuentas al otro lado.”

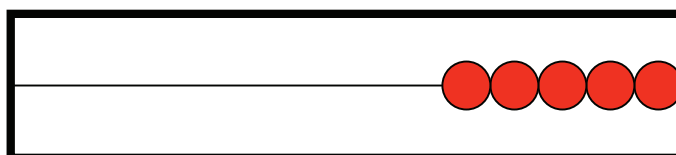


El Rekenrek básico



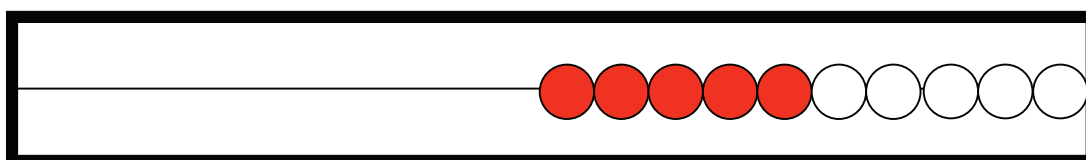
Adaptando el Rekenrek

Dependiendo de la edad y el nivel de sus estudiantes, el profesor podría adaptar el Rekenrek para que sea más adecuado a un determinado grupo. Con los niños menores, tal vez es mejor empezar con el Rekenrek que contiene sólo cinco cuentas. La estructura de éste, es similar a la del Marco de 5 mencionado anteriormente, en que las relaciones numéricas entre el cero y el cinco pueden ser enfatizadas.



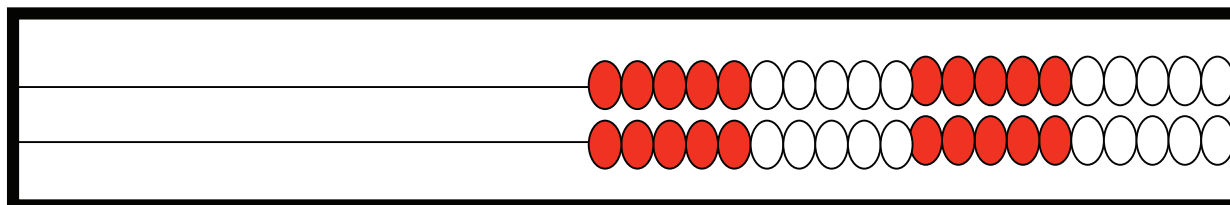
El Rekenrek para los niños menores

Hileras con diez cuentas pueden ser usadas para fortalecer la comprensión de las relaciones entre los números de cero a diez, focalizándose particularmente, en cantidades como el 5 y el 10. Con una hilera de diez cuentas, es importante distinguir el 5 y el 10 usando diferentes colores.



Rekenrek para enfatizar los números entre 0 y 10

Para estudiantes más avanzados, preparados para sumar y restar números de más de dos dígitos, el Rekenrek puede ser extendido hasta incluir 40 cuentas. Los estudiantes deben continuar pensando en grupos de 5 y de 10 incluso si los números se agrandan.



Lección 1: Conozca el Rekenrek!

Nivel de la lección: Uno y Dos

Objetivos de la Lección

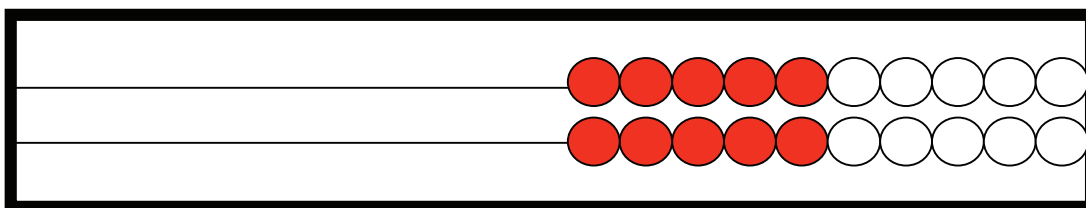
- Introducir el Rekenrek a los estudiantes, como un modelo visual para la matemática.
- Ayudar a los estudiantes a ver a primera vista pequeñas cantidades dentro de un conjunto de objetos, es decir, aprender a “subitizar”.
- Enseñar a los estudiantes cómo usar en forma apropiada el Rekenrek.
- Ayudar a los estudiantes a “visualizar” números.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- Se comienza con una demostración del Rekenrek. Se puede escoger usar con los niños uno con una hilera de 5, 10, o 20 cuentas en lugar del Rekenrek tradicional que tiene dos filas.
- Se comienza con todas las cuentas al lado derecho del Rekenrek. Esta posición, llamada “Posición Inicial”, debe enfatizarse repetida y explícitamente mientras se introducen actividades con el Rekenrek. En las demostraciones a los niños se recomienda utilizar sólo la fila superior de cuentas.

Desarrollo de la Lección

- Desde la posición inicial, se pregunta a los estudiantes qué es lo que notan sobre el Rekenrek. Se estimula todo tipo de respuestas sin reparar en lo aleatorias que puedan resultar y se está atento a las siguientes respuestas:
 - Hay cuentas de dos colores, algunas rojas, otras blancas
 - Hay cinco cuentas de cada color
 - Hay 10 cuentas en cada fila



- Si los estudiantes no sugirieran ninguna de estas ideas, se les debe estimular a darlas con comentarios como: “Me pregunto cuántas cuentas rojas hay en la hilera de arriba”. “Me pregunto si hay más cuentas rojas que blancas”. “Me pregunto cuántas cuentas hay en total”.
- Estas preguntas abiertas indican claramente que los estudiantes deben dedicarle varios minutos a “jugar” con el Rekenrek y así compartir los descubrimientos sobre el Rekenrek con sus compañeros de clase.

- Mientras el profesor observa a los estudiantes familiarizarse con el Rekenrek, debe asegurarse que los está estimulando en el hábito de deslizar las cuentas en grupos, en vez de una por una. Debe incluso estimular ese proceso con alguna práctica del tipo:
 - “Ponga su Rekenrek en la posición inicial. Ahora, sin tocar el Rekenrek, cuente las primeras tres cuentas mentalmente. A la cuenta de tres, deslice a lo largo de la hilera las cuentas de una sola vez. Uno... dos... ¡tres!”
- Se recomienda realizar el ejercicio anterior con varios números, sugiriéndose una secuencia como: 3, 1, 2, 10. Con esta secuencia, se quiere estimular el movimiento de las cuentas de “un empujón” hacia el otro lado de la hilera.

Lección 2: Muéstrame... 1 al 5

Nivel de la lección: Uno

Objetivos de la Lección

- Formalizar en los estudiantes el concepto de número entre 1 y 5.
- Estimular a los estudiantes a ver los números del 1 al 5 como cantidades, más que como una colección de objetos discretos.
- Estimular en los estudiantes, la visualización de los números en relación al 5, por ejemplo, 3 es “2 menos que 5”.

Introducción e Información Previa a la Actividad

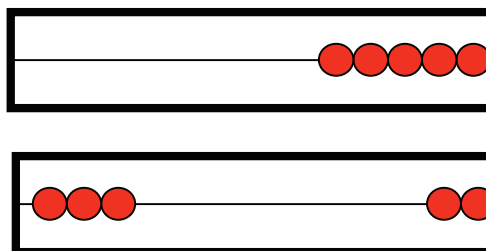
- Si es posible, se comienza con una hilera que tenga cinco cuentas rojas. Si se está utilizando el Rekenrek tradicional se debe informar a los estudiantes que ,para esta lección, el profesor se centrará solamente en las primeras cinco cuentas rojas.
- En esta lección es importante, así como en todas las actividades con el Rekenrek, deslizar constantemente las cuentas en los grupos deseados, más que mover una cuenta a la vez. Esto ayuda a reforzar el desarrollo del concepto de cardinalidad.

Desarrollo de la Lección

- El profesor comienza deslizando 5 cuentas rojas a la izquierda y preguntándole a los estudiantes cuántas cuentas se movieron.
- Se comenta a los estudiantes que se les va a pedir que hagan lo mismo, es decir, deslizar de un solo “empujón” el número de cuentas solicitadas.
- Se comienza diciéndoles: “En su Rekenrek muéstrenme 5.”
- Se repite esta actividad con otros números del 1 al 5, sugiriéndose Les sugiero como actividad, la siguiente secuencia: 5, 1, 3, 2, 4, 3, 5, 1, 4, 2

Ejemplo: “Muéstrenme 3”

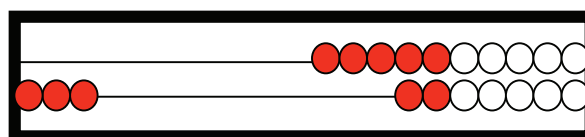
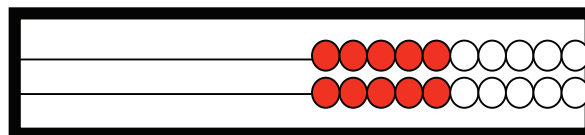
“Con un movimiento deslicen las cuentas hacia la izquierda”



- Si se está usando el Rekenrek tradicional, con dos filas de diez cuentas, se podría hacer los mismos ejercicios con la segunda fila de cuentas. Ser capaces de “mostrar” números entre el 1 y el 5 en la fila de abajo, será importante para las actividades siguientes en las que los estudiantes representarán números mayores o sumarán cantidades.

Ejemplo:

“Muéstrenme 3 en la fila de abajo.”



Lección 3: Formar el 5

Nivel de la Lección: Uno

Objetivos de la Lección

- Reconocer y representar combinaciones aditivas básicas del 5: por ejemplo, “3 y 2 más”.
- Reconocer las relaciones numéricas básicas del 5. Por ejemplo, 3 puede ser pensado como “2 menos que 5”.
- Ayudar a los niños a desarrollar la habilidad de focalizarse en el 5 y en el 10.

Introducción e Información previa a la Actividad

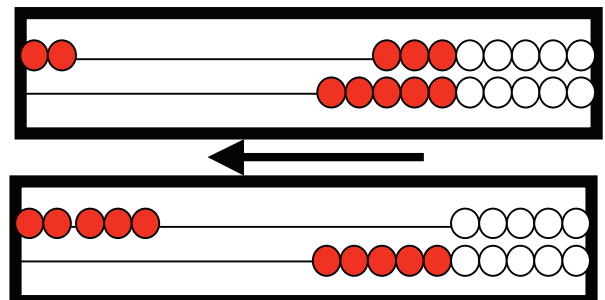
- La importancia de ayudar a los niños a focalizarse en el 5 y en el 10, nunca será suficiente. La habilidad de ver los números en relación al 5 y al 10 es esencial para desarrollar estrategias sólidas de cálculo mental, las que se usarán en la adición y la sustracción.
- Esta actividad ayuda a desarrollar una sólida comprensión conceptual de la noción de cantidad asociada al número 5, y en particular, combinaciones aditivas básicas que contienen el número 5. Por ejemplo: “4 y 1 más” es igual a 5; 8 puede ser pensado como “3 más que 5”.
- Con el tiempo, se pretende estimular a los estudiantes a movilizarse hacia el 10 más que al 5. Las estrategias y el desarrollo conceptual de la noción del número 5, estimuladas en esta lección, van a ser usadas instintivamente por los estudiantes en su relación con números mayores, a medida que profundicen en su trabajo con el sistema de numeración decimal.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza señalando a los estudiantes que la meta de esta actividad es “formar el 5” en el Rekenrek.
- A modo de ejemplo, se desliza hacia la izquierda dos cuentas de la hilera de arriba. Luego se pregunta a los estudiantes cuántas cuentas se necesita mover hacia la izquierda para hacer un total de 5. A estas alturas, los estudiantes deberían saber que todas las cuentas rojas en la hilera de arriba son iguales a cinco y, por lo tanto, debieran mover a la izquierda las tres cuentas rojas restantes de la hilera de arriba. En un principio pareciera una tarea trivial, pero esta lección va a crecer en complejidad.

Se hace una demostración usando el siguiente lenguaje:

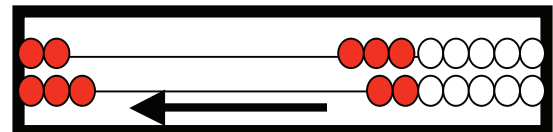
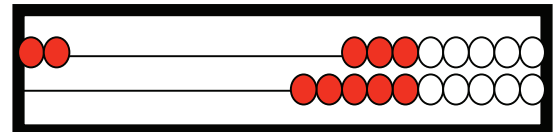
“Tenemos dos cuentas rojas. Necesitamos llegar a 5 cuentas rojas. Necesito deslizar hacia la izquierda tres cuentas rojas más.”



- Se continúa pidiéndole a los alumnos “formar el cinco” desde la posición inicial dada, siguiendo estos pasos:
 - “Muéstrenme el 3”
 - “Formen el 5”
 - “¿Cuántas cuentas se necesitaron para formar el 5?”
 - Luego en una oración se explicita: “3 y 2 más son 5”
- A continuación se ejercita con cada una de las combinaciones numéricas del 5: (0,5), (1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (5,0)
- Usando solamente la fila de arriba se puede hacer esta actividad más compleja, empezando con un número mayor a cinco. Por ejemplo:
 - “Muéstrenme 8”
 - “Formen el 5”
 - “¿Cuántas cuentas tienes que quitar para formar el 5?”
 - Luego en una oración se explicita: “Quitándole 3 al 8 formamos el 5”
- Una importante extensión de estas actividades es hacer lo mismo, sólo que esta vez, usando las dos filas del Rekenrek. Se indica a los estudiantes que van a necesitar mover cuentas de la fila de abajo, siempre de una sola vez, para “formar el 5” con las cuentas rojas.

Por ejemplo:

- “Muéstrenme 2 en la fila de arriba.”
- “Ahora, usando sólo cuentas rojas de la fila de abajo, formen el 5.
- “¿Cuántas cuentas de la fila de abajo movieron para formar el 5?”
- Luego... “2 y 3 más es 5”.



Una diferencia notoria con lo anterior es que los estudiantes no pueden simplemente mover hacia la izquierda las cuentas rojas de una misma hilera para formar el 5, como sí lo podían hacer cuando usaban sólo una hilera. Es decir, ellos necesitan recurrir ya sea a las representaciones mentales de los grupos que combinan 5, o hacer los grupos mentalmente (adición) para llegar a un total de 5.

Además los alumnos deben ser estimulados a reconocer la **simetría** entre las dos filas. Existen 5 cuentas rojas tanto a la izquierda como a la derecha de las dos hileras, como lo muestra el dibujo.

Para finalizar se sigue una secuencia similar a la recomendada anteriormente, de tal modo que los alumnos se ejerciten representando todas las combinaciones numéricas posibles del 5.

Lección 4: Muéstrame... 5 al 10

Nivel de la Lección: Uno y Dos

Objetivos de la Lección

- Formalizar en los estudiantes el concepto de número entre el 1 y el 10.
- Estimular a los estudiantes a ver los números del 5 al 10 como cantidades, más que como una colección de objetos discretos.
- Estimular en los estudiantes, la visualización de los números en relación al 5 y al 10, por ejemplo, 7 es “2 más que 5”; 8 es “2 menos que 10”.

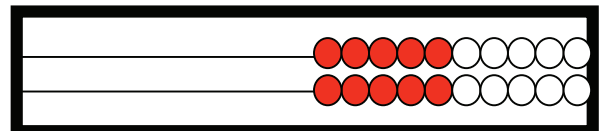
Introducción e Información Previa a la Actividad

- Se comienza con una hilera de diez cuentas (5 rojas y 5 blancas). El Rekenrek tradicional con dos filas, es bueno para trabajar en estas actividades.
- Es importante en esta lección, así como en todas las actividades con el Rekenrek, deslizar constantemente las cuentas en los grupos requeridos, más que mover una cuenta a la vez. Esto refuerza la comprensión del concepto de cardinalidad. Si los alumnos están teniendo dificultades en deslizar de una vez números entre el 5 y el 10 se comienza con un paso intermedio, deslizando primero 5 hacia la izquierda y luego, de las cuentas que sobran, deslizando hacia la izquierda las que se necesitan para llegar al número deseado.

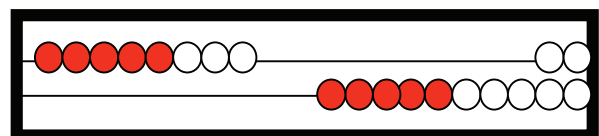
Desarrollo de la Lección

- Se comienza deslizando 5 cuentas rojas hacia la izquierda y se le pregunta a los estudiantes cuántas cuentas se movieron. Luego de discutirlo con ellos, las cuentas hacia la derecha del Rekenrek.
- Luego se desliza 6 cuentas hacia la izquierda, y se le pregunta a los estudiantes cuántas cuentas se movieron. Se les pide que expliquen cómo supieron que se había empujado 6 cuentas hacia la izquierda.
- Se indica a los estudiantes que se les va a pedir que ellos hagan lo mismo, deslizar de un empujón el número de cuentas solicitadas.
- Se inicia diciendo: “En sus Rekenrek, muéstrenme 10”
- Se repite esta actividad con otros números entre 5 y 10. Se sugiere la siguiente secuencia numérica: 10, 9, 5, 7, 8, 6, 9, 10, 7

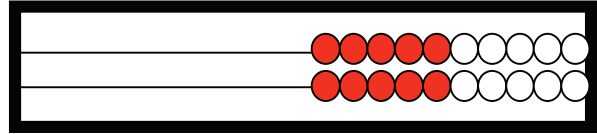
Ejemplo: “Muéstrenme 8”



“Deslice las cuentas hacia la izquierda en un movimiento”

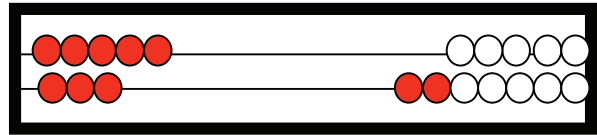


- Mientras los estudiantes representan números entre el 5 y el 10, algunos de ellos se darán cuenta de que el número 8, como está ilustrado en la figura anterior, puede ser representado de una segunda manera.



Por ejemplo, 8 podría también ser representado del modo siguiente:

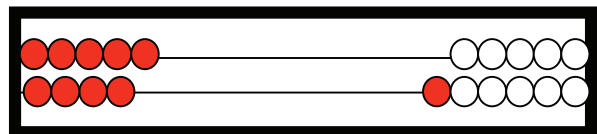
Es importante destacar estos modos alternativos de representar los números del 5 al 10.



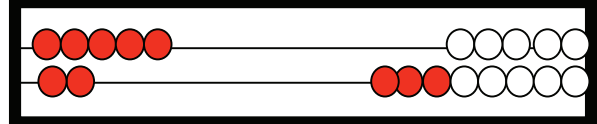
- Es bueno enfatizar aquí, que en los ejemplos anteriores se estaba usando sólo un empujón de cuentas. Ahora, se utiliza no más de dos empujones para formar un número.
- Como una forma de extender la lección, se vuelve a la lista de números que tuvieron que mostrar y se pide a los alumnos que esta vez muestren los números usando las dos filas de cuentas. Durante este ejercicio se puede usar las “Flash Cards”: se muestra un número en una “Flash Card” y luego se pide a los alumnos que representen esa cantidad en el Rekenrek.
- Se sugiere la siguiente secuencia numérica: 10, 9, 5, 7, 8, 6, 9, 10, 7

Ejemplos:

“Muéstrenme el 9, empujando solamente dos veces las cuentas”



“Muéstrenme el 7, empujando solamente dos veces las cuentas”



- Para incrementar el razonamiento y la comprensión conceptual de las nociones matemáticas involucradas en los ejercicios anteriores, por parte de los estudiantes, el profesor puede darse el tiempo para destacar la relación entre los números representados y la cantidad diez. Por ejemplo el profesor podría preguntar, utilizando los dos ejemplos anteriores:
 - “¿Cuántas cuentas blancas hay ahí? ¿Como están arregladas?”
 - “Para tener 10 cuentas a la izquierda ¿Cuántas rojas más voy a necesitar empujar hacia la izquierda? ¿Cuántas cuentas blancas más necesitaría empujar hacia la izquierda?”

Estas preguntas son importantes, ya que, son un anticipo para el trabajo posterior con el Rekenrek, que incluirá entre otros, la focalización en el diez (próxima lección), adición y sustracción, dobles, etc.

Lección 5: Formar el 10: Dos filas

Nivel de la Lección: Uno y Dos

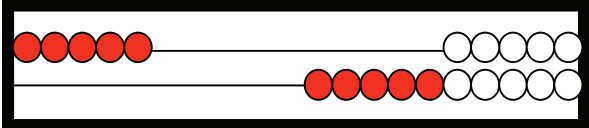
Objetivos de la Lección

- Reconocer y representar combinaciones aditivas básicas para el 10. Por ejemplo, 10 es “7 y 3 más”.
- Reconocer la relación del 10 con los otros números. Por ejemplo, 8 podría ser pensado como “2 menos que 10”; 13 podría ser pensado como “3 más que 10”.

Introducción e Información Previa a la Actividad

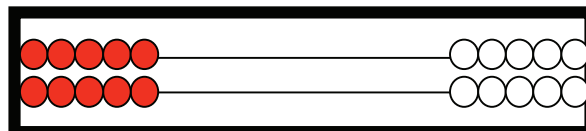
- Nunca será suficiente el ayudar a los niños a focalizarse en el 5 y el 10. La capacidad de visualizar los números en relación al 10 es esencial para desarrollar una buena comprensión del sistema decimal, incluyendo también a cada una de las cuatro operaciones.
- Esta actividad ayuda a desarrollar una sólida comprensión conceptual de la noción de cantidad ligada al número 10 y en particular de las combinaciones aditivas básicas que forman el diez. Por ejemplo, “9 y 1 más” es igual a 10.

Desarrollo de la Lección

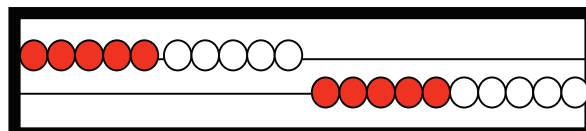
- Se comienza señalando a los estudiantes que la meta de esta actividad es “formar el 10” en el Rekenrek.
- Como un ejemplo se mueve 5 cuentas rojas de la hilera de arriba hacia la izquierda y se pregunta a los estudiantes cuántas cuentas más se tienen que mover hacia la izquierda para hacer un total de 10.
- Algunos estudiantes van a reconocer que también es posible formar el 10 moviendo a la izquierda las 5 cuentas rojas de la segunda fila. Se demuestra ambas soluciones usando un lenguaje descriptivo similar al siguiente:
- A estas alturas, los estudiantes debieran saber que en cada fila hay 10 cuentas, 5 rojas y 5 blancas, por lo tanto, ellos debieran responder que se debe mover hacia la izquierda todas las cuentas blancas que sobraron en la fila de arriba.
- Algunos estudiantes van a reconocer que también es posible formar el 10 moviendo a la izquierda las 5 cuentas rojas de la segunda fila. Se demuestra ambas soluciones usando un lenguaje descriptivo similar al siguiente:
- Algunos estudiantes van a reconocer que también es posible formar el 10 moviendo a la izquierda las 5 cuentas rojas de la segunda fila. Se demuestra ambas soluciones usando un lenguaje descriptivo similar al siguiente:

- Algunos estudiantes van a reconocer que también es posible formar el 10 moviendo a la izquierda las 5 cuentas rojas de la segunda fila. Se demuestra ambas soluciones usando un lenguaje descriptivo similar al siguiente:

Ejemplo: “Necesitamos formar el 10 a la izquierda. Ya tengo 5 cuentas rojas”



“Necesito 5 cuentas más, pueden ser de las rojas o de las blancas”

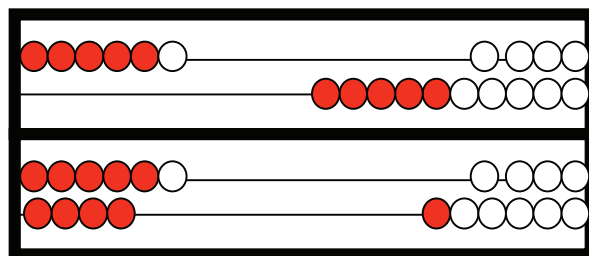


- Como se puede inferir del ejemplo anterior, es preferible “formar el 10” usando la segunda fila del Rekenrek. Al principio, los estudiantes deben ser estimulados a representar completamente el número inicial en la fila de arriba, luego formar el 10 con las cuentas de la fila de abajo.

Por ejemplo:

“Muéstrenme 6”

“Ahora formen el 10”



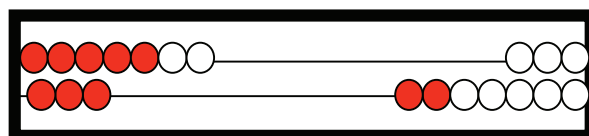
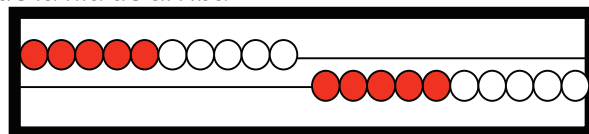
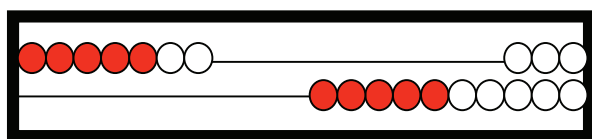
- Los estudiantes deben representar el primer número en la fila de arriba y hacer una pausa. Luego, “formen el 10” usando la fila de abajo. Durante la pausa, se pide a los estudiantes que levanten sus Rekenreks para mostrar sus números iniciales. Los profesores pueden ver rápidamente si ellos están representando correctamente el número inicial. Para ejercitar se utilizan todas las combinaciones aditivas básicas del 10.
- Se puede extender este ejercicio incluyendo varias representaciones que involucren las dos filas del Rekenrek.

Considerando, por ejemplo, el 7 como número inicial. Hay numerosas formas de representar el 7 y por tanto varias estrategias para formar el 10. A continuación se muestra cuatro ejemplos:

Posible representación inicial del 7/ Variaciones para formar el 10

“Comiencen con 7. Deslicen tres cuentas blancas de la fila de arriba”

Inicio #1: “Muéstrenme 7”

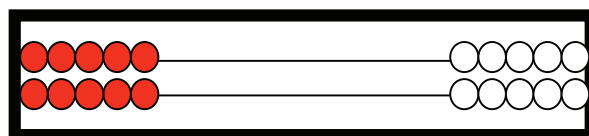
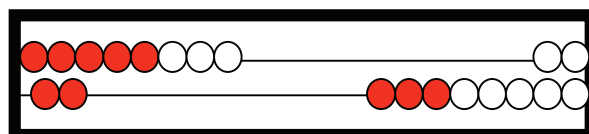
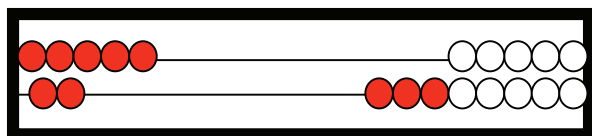


“Comiencen con 7. Deslicen tres cuentas rojas de la fila de abajo”

“Véase 10 como 7 y 3 más”

“Comiencen con 7. Deslice tres cuentas blancas de la fila de arriba”

Inicio #2: “Muéstrenme 7”



Comiencen con 7... deslicen 3 rojas;
Véase como dos grupos de 5.

“Comiencen con 7. Deslice tres cuentas rojas de la fila de abajo.”

“Véase 10 como 8 y dos más”

Unas palabras sobre la descomposición aditiva del 10:

Dado que el sistema numérico decimal está basado en los grupos de diez, es imperativo que los estudiantes terminen este ejercicio con una mejor comprensión de las combinaciones aditivas básicas que forman el 10. La descomposición aditiva del 10 es también fundamental para las estrategias de cálculo mental que los estudiantes usan en la adición y sustracción. Cuando los estudiantes pueden descomponer fácilmente los números, no sólo van a estar mejor capacitados para operar con todos los números sino que van a tener una mejor comprensión conceptual de la noción matemática de éstos.

El Rekenrek fomenta implícitamente la descomposición de todos los números. Cuando, por ejemplo, se pide a los estudiantes que representen el número 9 en el Rekenrek, ellos se están capacitando para usar estrategias de descomposición de cualquier tipo. Se podría esperar que los estudiantes usaran alguno de los siguientes razonamientos:

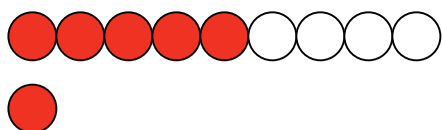
- “Necesito 9. Yo sé que 9 es uno menos que 10. Luego, muevo todas las cuentas excepto una”
- “Yo sé que 4 y 4 es 8. Necesito una más. Luego, deslizo 4 cuentas en la fila de arriba y 5 en la fila de abajo”
- “Dos grupos de 5 es diez. Luego, necesito un grupo de 5 y un grupo de 4.”

Aunque las representaciones físicas de estas soluciones, pueden parecer idénticas, es importante reconocer lo diferente que pueden ser los razonamientos en las distintas estrategias. En cada uno de los casos, los estudiantes están descomponiendo los números basados en las relaciones que ellos conocen de antes.

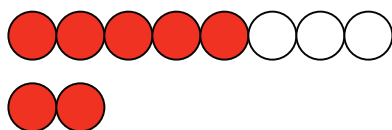
Hay que tener en cuenta, eso sí, que aunque el Rekenrek ayuda a fomentar esta conciencia en las descomposiciones aditivas, los profesores también quieren que los estudiantes abandonen el Rekenrek, o cualquier modelo concreto, apenas estén listos para hacerlo. El objetivo central de este proceso es ayudar a los estudiantes a desarrollar “golpes de imagen” de estas relaciones de descomposición. La preocupación esencial es lograr que los estudiantes desarrollen imágenes visuales de todas las descomposiciones del 10.

Los profesores pueden estimular de varias maneras el desarrollo de imágenes visuales. Por ejemplo, pueden pedir a los estudiantes que expliquen verbalmente **cómo** representarían un número en el Rekenrek, sin hacerlo en la práctica, de tal manera que se promueva la visualización. También pueden usar las “Flash Cards” para ayudar a conectar la representación visual de las descomposiciones aditivas del 10 con su notación simbólica correspondiente. De este modo, los estudiantes probablemente desarrollen no sólo la visualización de un número sino que también una conexión entre todas las formas de representar y hablar de un número dado.

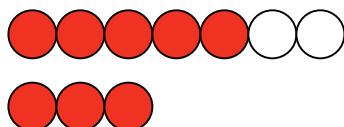
A continuación, se ilustra cada una de las descomposiciones aditivas del 10, con su expresión simbólica correspondiente.



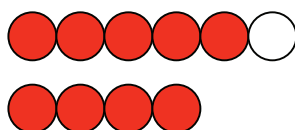
$$9 + 1$$



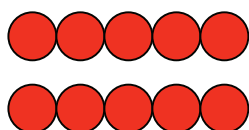
$$8 + 2$$



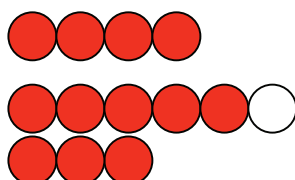
$$7 + 3$$



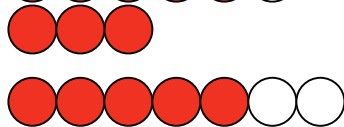
$$6 + 4$$



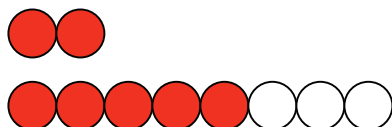
$$5 + 5$$



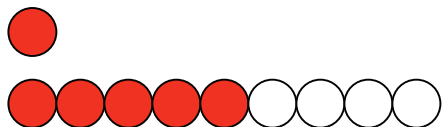
$$4 + 6$$



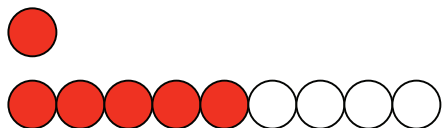
$$3 + 7$$



$$2 + 8$$



$$1 + 9$$



$$1 + 9$$

Lección 6: No Parpadees - Ataque Flash!

Nivel de la Lección: Todos

Objetivos de la Lección

- Ayudar a los estudiantes a empezar a “subitizar”, es decir, ver una colección de objetos como una cantidad, mas que como cuentas individuales.
- Fomentar en los estudiantes la visualización de números alrededor del 5 y del 10.
- Ayudar a los estudiantes a asociar varias cantidades. Por ejemplo, los estudiantes pueden desarrollar una relación entre el 8 y el 10: “Yo sé que hay diez cuentas en la fila y en la posición inicial sobran 2 cuentas. Luego, debe haber 8 a la izquierda de la fila porque $10 - 2 = 8$ ”.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- Esta es una actividad entretenida, donde los estudiantes van a mostrar rápidamente un progreso. Se introduce esta actividad diciendo: “Yo les voy a mostrar algunas cuentas en mi Rekenrek y ustedes me tendrán que decir cuántas ven. Mientras más lo repitamos, más rápidamente se las voy a mostrar y esconder. Ustedes tendrán cada vez menos tiempo para decirme el número de cuentas que empujé hacia la izquierda”
- En esta actividad, lo central es hacer que los estudiantes abandonen su inclinación por contar cada cuenta. A los pocos minutos la mayoría de los estudiantes va a empezar a subitizar. Por ejemplo, cuando el profesor muestre y esconda rápidamente 6 cuentas, ellos verán 5 cuentas rojas y una más.

Desarrollo de la Lección

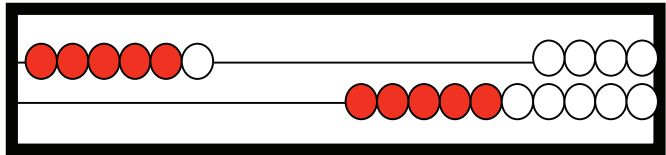
- Se comienza por deslizar a la izquierda no más de dos cuentas, en la fila de arriba. Recuerde deslizarlas juntas, no de una a la vez. Se muestra y se pregunta a los alumnos: “¿Cuántas ven?”, asegurándose que ellos sólo miren el lado izquierdo del Rekenrek.
- Deslizar a la izquierda no más de 4 cuentas y hacer la misma pregunta: “¿Cuántas hay?”
- Deslizar no más de 5 cuentas y volver a preguntar “¿Cuántas hay?”
- Luego se advierte a los estudiantes que se va a iniciar el “Ataque Flash”. Ellos tendrán sólo dos segundos para determinar cuántas cuentas se les está mostrando ya que luego se esconderá el Rekenrek.

Se desliza no más de 6 cuentas. En aproximadamente dos segundos se tapa el Rekenrek, o se da vuelta, para que así los estudiantes no tengan tiempo de contar cada cuenta individualmente. Se les pregunta “¿Cuántas hay?” y luego se les pide que expliquen lo que vieron o cómo lo vieron.

Lección 6: No Parpadees - Ataque Flash!

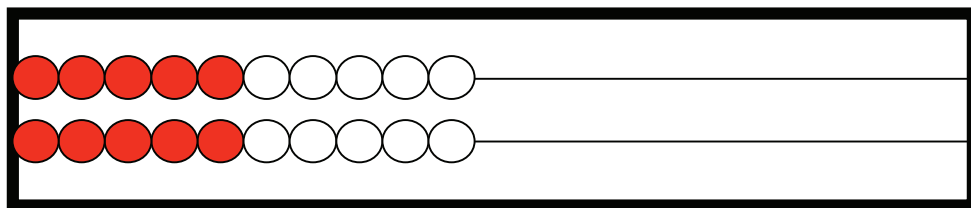
Se debiera escuchar algo como... “Yo sabía que eran 5 rojas y 1 más”. Se debe estimular este tipo de identificación, como la de “5 cuentas rojas” y “1 más”.

- Se continúa con otros ejemplos pidiendo la justificación. Una sugerencia de secuencia numérica podría ser: 9, 10, 8, 7, 6, 5, 3, 6
- Se pone atención en cómo los estudiantes se focalizan en el 5, ya sea agregándole o quitándole, así como en el 10, empezando con diez y quitándole. Se debe incluir algunas oportunidades para que los estudiantes expliquen sus estrategias.



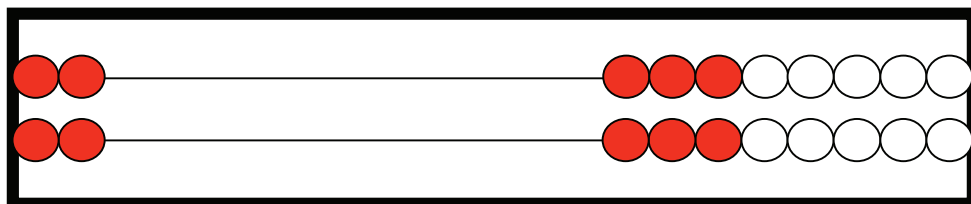
Una vez que los estudiantes se sienten cómodos con números entre 0 y 10, se puede incorporar las dos filas del Rekenrek asegurándose de que cada vez que se muevan cuentas en el Rekenrek, éstas se muevan en grupo hacia el lado izquierdo.

- Se comienza deslizando todas las cuentas hacia la izquierda, tanto de la fila de arriba como la de abajo. Se pregunta a los estudiantes: “¿Cuántas cuentas hay en la fila de arriba? ¿y en la fila de abajo? ¿En ambas filas juntas?”.
- Se permite que los niños verbalicen y comenten sus razonamientos asegurándose de reafirmar a aquellos estudiantes que se estén focalizando en el 5 y el 10.



El profesor también puede, de manera alternativa, extenderse con los estudiantes en la búsqueda de nuevos patrones, cuando están determinando las cantidades que se están mostrando rápidamente.

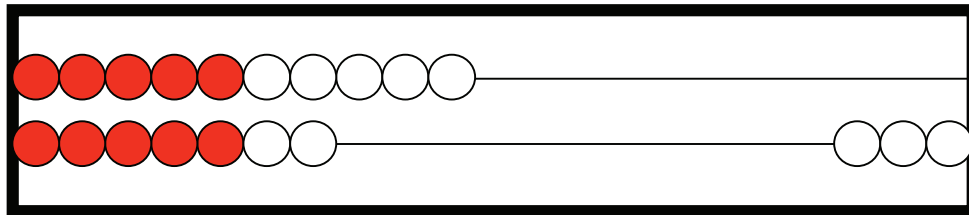
Por ejemplo, se puede mostrar el siguiente arreglo y pedir que expliquen cómo supieron de que se había movido 4 cuentas hacia la izquierda, sin contar cada una. Se debe poner atención a todas las estrategias posibles.



Para estudiantes más avanzados...

- Para estudiantes que estén más avanzados en su razonamiento, se puede jugar el mismo juego, “Ataque Flash”, con números entre 10 y 20, siguiendo los mismos procedimientos descritos anteriormente; siempre estimulando a los estudiantes a que expresen sus estrategias y reconociendo muy especialmente las estrategias que incluyan la focalización del 5, 10, 15 o 20.

Ejemplo: ***Ataque Flash:17.***



Los estudiantes deberían “ver” el 17 como tres grupos de 5 y 2 más.

Lección 7: Combinaciones Aditivas Básicas, 0-10

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Desarrollar confianza en las combinaciones aditivas básicas hasta el diez.
- Desarrollar una buena comprensión de las relaciones entre Parte-Parte-Todo.
- Desarrollar una buena comprensión de los problemas en que se desconoce uno de los sumandos (donde el “cambio” de una cantidad inicial es desconocido).
- Desarrollar estrategias informales para la resolución de problemas de adición.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- Las investigaciones han demostrado que muchas veces los niños tienen mayores dificultades con los problemas en que se desconoce uno de los sumandos. Tradicionalmente los estudiantes han aprendido adiciones de una sola manera: dos sumandos seguidos por el signo igual ($4 + 5 = ?$). Cuando se pide a los estudiantes resolver problemas en que uno de los dos sumandos es desconocido, la situación se hace crítica.

Por ejemplo frente al problema: “Tengo 6 dólares, y necesito 10. ¿Cuántos dólares más necesito?” Que se puede traducir en una expresión numérica como: $6 + ? = 10$. Se observa una gran variedad de respuestas.

- Con respecto a estos problemas relacionados con la Parte-Parte-Todo, el Rekenrek puede ser un buen instrumento para el desarrollo de la comprensión de este tipo de problema.
- Las actividades ayudarán a los estudiantes a aprender los hechos numéricos a medida que desarrollan una buena comprensión de las relaciones Parte-Parte-Todo.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza señalando a los estudiantes que van a trabajar junto con el profesor, y luego con un compañero, para formar un número.
- El profesor tendrá el control de la fila de arriba del Rekenrek y los estudiantes tendrán el control la fila de abajo.
- Se comienza con el siguiente ejemplo :
 - “Vamos a formar juntos el número 3. Yo voy a empezar. Deslizo sólo dos cuentas rojas hacia el lado izquierdo de la fila de arriba”.
 - Se hace la demostración y se pide a los estudiantes que copien la acción, deslizando hacia la izquierda de la fila de arriba de sus Rekenreks sólo dos cuentas rojas.
 - “Ahora es el turno de ustedes. ¿Cuántas cuentas de su fila de abajo necesitan deslizar hacia la izquierda, para formar el número 3?”
 - Los estudiantes completan el problema, empujando sólo una cuenta, hacia la izquierda de su fila de abajo.

- Se realiza un segundo ejemplo:
 - “Formemos el número 7. Voy a partir deslizando sólo 3 cuentas rojas hacia el lado izquierdo.” (Los estudiantes repiten la misma acción) “Ahora es el turno de ustedes. ¿Cuántas necesitan deslizar hacia la izquierda de la fila de abajo para llegar a 7 cuentas en total?”.
- En este punto, se hace una pausa para una puesta en común de las estrategias que utilizaron los estudiantes.
Se comienza con la pregunta: “¿Cómo supieron que necesitaban deslizar sólo 4 cuentas hacia la izquierda?”

Si los estudiantes cuentan las cuentas, una a la vez, para encontrar o comprobar la respuesta, es probable que ellos necesiten más ejercitación con las actividades previamente realizadas. Se debe observar la aplicación de razonamientos informales focalizados en estrategias con el 5 y el 10, el uso de los dobles ($3 + 3 = 6$, entonces necesito una más), etc.

- Se continúa con algunos ejemplos adicionales, sugiriéndose la siguiente secuencia de números:
 - “Formemos el 8. Voy a empezar con 5. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 9. Voy a empezar con 6. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 8. Voy a empezar con 3. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 6. Voy a empezar con 3. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 7. Voy a empezar con 3. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 8. Voy a empezar con 2. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 10. Voy a empezar con 3. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 4. Voy a empezar con 2. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 6. Voy a empezar con 4. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 5. Voy a empezar con 3. ¿Cuántas más?”
 - “Formemos el 8. Voy a empezar con 4. ¿Cuántas más?”
- Hay muchas otras combinaciones que pueden destacarse también. El profesor debiera hacer frecuentes pausas para que los estudiantes verbalicen su forma de pensar y las estrategias que han utilizado. Nuevamente, es crucial reconocer si los estudiantes hacen o no combinaciones en grupos, focalizados en el 5, u otras de las estrategias informales. Si los estudiantes están simplemente contando individualmente las cuentas en la fila de arriba y luego contando de a una las que faltan hasta llegar a la respuesta esperada, es probable que no estén listos para esta actividad, y deban volver al uso más básico del Rekenrek.
- Durante esta lección el profesor debe asegurarse también de incluir todos los “dobles”, es decir: $1+1$, $2+2$, $3+3$, $4+4$, y $5+5$. Aunque los dobles van a ser el centro explícito de la lección subsiguiente, es importante construir en los estudiantes una comprensión informal sobre los dobles, ya que los dobles proveen un poderoso enfoque adicional para la adición y la sustracción.

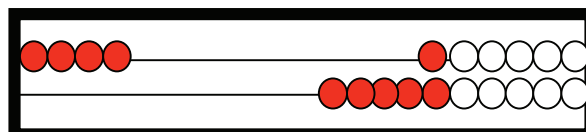
En otras palabras, cuando los niños se ven enfrentados con el problema $7 + 8 = ?$, se espera que ellos sean capaces de centrarse en el doble de 7 o en el doble de 8: “Bueno... Yo sé que $7 + 7 = 14$, entonces... $7 + 8$ debe ser igual a

Lección 7: Combinaciones Aditivas Básicas, 0-10

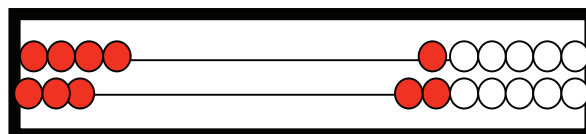
uno más... 15.” Con esta actividad el profesor puede comenzar a construir la base para los dobles.

- Un ejemplo...

- “Formemos el 7. Voy a empezar con 4. Muéstrenme 4 en sus Rekenrek.”



- “Ahora... en la fila de abajo, ¿Cuántos más para llegar a 7?”



- “Responda ¿Cómo supo que tenía que mover tres, en la fila de abajo?”
- Ejemplos de razonamientos esperados en los estudiantes:
 - “Bueno, yo sabía que si movía 1 cuenta más, sería 5 porque 4 y 1 es 5. Entonces necesitaría 2 más para llegar a 7. Entonces, empujé 3 cuentas más.
 - “Bueno, yo sé que dos grupos de 4 cuentas es 8. Eso es 1 más de lo que necesito. Entonces, sólo necesitaba deslizar 3 cuentas más.”

Lección 8: Combinaciones Aditivas Básicas, 10 al 20

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Desarrollar confianza en las combinaciones aditivas básicas hasta el veinte.
- Desarrollar una buena comprensión de las relaciones entre Parte-Parte-Todo.
- Desarrollar una buena comprensión de los problemas en que se desconoce uno de los sumandos (donde el “cambio” de una cantidad inicial es desconocido).
- Desarrollar estrategias informales para resolver problemas de adición.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- Esta lección, basada en las actividades anteriores, se centra ahora en combinaciones aditivas básicas entre el 10 y el 20. Esta lección ayuda, esencialmente, a desarrollar gradualmente en los niños la confianza para las adiciones de números de una y dos cifras.
- En la lección anterior se comentó la utilidad del Rekenrek para solucionar las dificultades que enfrentan los estudiantes cuando se les pide resolver problemas de adición en que uno de los sumandos es desconocido. En esta lección se presenta ejercicios de mayor complejidad que también colaboran en la solución de este aspecto crítico en el aprendizaje matemático. Como ya se dijo los estudiantes han aprendido tradicionalmente adiciones de un solo tipo: dos sumandos seguidos por el signo igual, por ejemplo $4 + 8 = ?$.

Al enfrentar a los estudiantes a un problema como el siguiente: “Mi amigo y yo, tenemos 17 dólares. 8 dólares son míos. ¿Cuántos dólares son de mi amigo?”, pudiéndose traducir este enunciado en una expresión numérica como: $8 + ? = 17$, hay mucha variación en las respuestas relacionadas con los problemas parte-parte-todo. El Rekenrek puede ser un instrumento eficiente para el desarrollo de la comprensión en esta área.

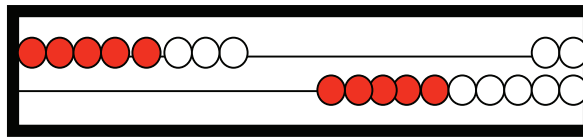
- Las actividades ayudarán a los estudiantes a aprender los hechos numéricos a medida que desarrollan una buena comprensión de las relaciones Parte-Parte-Todo.

Desarrollo de la Lección

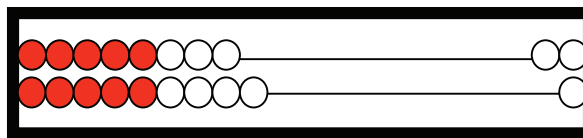
- Se comienza señalando a los estudiantes que van a trabajar junto con el profesor, y luego con un compañero, para formar un número.
- El profesor se hará cargo de la fila de arriba del Rekenrek, y los estudiantes se harán cargo de la fila de abajo.
- Se inicia con el ejemplo siguiente:
 - “Vamos a formar juntos el número 15. Yo empezaré. Deslizo sólo 8 cuentas hacia la izquierda en la fila de arriba, 5 rojas y 3 blancas.”
 - Se hace una demostración. Se pide a los estudiantes que repitan la acción, que deslicen hacia la izquierda sólo 8 cuentas (5 rojas, 3 blancas) de la fila de arriba de sus Rekenreks.

- “Ahora es el turno de ustedes. ¿Cuántas cuentas de la fila de abajo tienen que deslizar hacia la izquierda para formar al número 15?”
- Los estudiantes completan el ejercicio deslizando sólo 7 cuentas de la fila de abajo.
- Se presenta un segundo ejemplo:
 “Formemos el número 12. Voy a empezar deslizando sólo 3 cuentas rojas.”
 (Los estudiantes repiten la misma acción) “Ahora es el turno de ustedes. ¿Cuántas cuentas tienen que deslizar, de la fila de abajo, para obtener 12 cuentas en total?”
- Ahora, se hace una pausa para escuchar lo que pensaron y las estrategias que utilizaron los estudiantes. Se comienza con la pregunta: “¿Cómo supieron que necesitaban deslizar sólo 9 cuentas hacia la izquierda?” Si los estudiantes cuentan las cuentas, una a la vez, para encontrar o comprobar la respuesta, es probable que ellos necesiten más ejercitación con las actividades previamente realizadas. Se debe observar la aplicación de razonamientos informales, focalizados en estrategias con el 5 y el 10, uso de los dobles o cualquier otra estrategia intuitiva.
- Se continúa con algunos ejemplos adicionales para los que se sugiere la siguiente secuencia numérica:
- “Formemos el 13. Empezaré con 5. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 19. Empezaré con 9. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 14. Empezaré con 7. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 11. Empezaré con 3. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 16. Empezaré con 9. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 18. Empezaré con 9. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 20. Empezaré con 10. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 12. Empezaré con 6. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 15. Empezaré con 6. ¿Cuántas más?”
- “Formemos el 17. Empezaré con 8. ¿Cuántas más?”
- Hay muchas otras combinaciones que pueden destacarse también. El profesor debe asegurarse de hacer las pausas adecuadas para escuchar la forma de pensar de los estudiantes y las estrategias que han utilizado. Si los estudiantes están simplemente contando individualmente las cuentas de la fila de arriba y luego contando cuentas de a una, hasta que llegan a la respuesta deseada, es probable de que no estén listos para esta actividad, y deban volver al uso más básico del Rekenrek.
- Como se comentó en la lección anterior, hay que asegurarse de incluir todos los “dobles”, es decir: $5+5$, $6+6$, $7+7$, $8+8$, $9+9$ y $10+10$.

- Un ejemplo...
 - “Formemos el 17. Voy a empezar con 8.”
 - “Muéstrenme 8 en sus Rekenreks”



- “Ahora... en la fila de abajo ¿Cuántos más necesito para llegar a 17?”



- Se puede hacer la pregunta: “¿Cómo supieron que tenían que mover nueve en la fila de abajo?”
- Ejemplos de razonamientos de los estudiantes:
 - “Bueno, yo sabía de que si movía 10 cuentas más, sería 18. Esto es 1 más. Luego, sólo moví 9 cuentas más.”
 - “Bueno, los dos grupos de cuentas rojas son igual a 10. Habían 3 cuentas blancas en la fila de arriba, lo que me daba 13. Luego, necesitaba 4 cuentas blancas más para llegar a 17.”

Lección 9: Los Dobles

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Ayudar a los estudiantes a visualizar los dobles, por ejemplo, $2 + 2 = 4$.
- Desarrollar visualizaciones de los dobles.
- Usar los dobles como una estructura informal para resolver problemas de adición y sustracción.

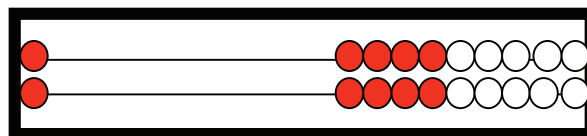
Introducción e Información Previa a la Actividad

Como se habrá notado anteriormente, los dobles son una herramienta clave para los estudiantes. Si conocen bien las relaciones entre los dobles, podrán usarlas para resolver problemas relacionados. Por ejemplo, es muy probable que el niño que reconoce $4+4$ como 8, va a reconocer rápidamente que $4+5$ debe ser 1 más...9. Es importante fomentar en los niños estas estrategias que son consecuencia de los dobles.

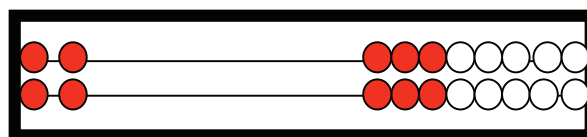
- Las relaciones con los dobles también ayudan a desarrollar una comprensión conceptual de la noción de números pares e impares. Las visualizaciones que se logran con los dobles permiten que los niños discriminen rápidamente entre los números pares e impares y aprecien también la manera en que las propiedades de los números pares e impares influyen sobre las operaciones con ellos. Por ejemplo, la suma de dos números impares siempre resulta un número par.

Desarrollo de la Lección

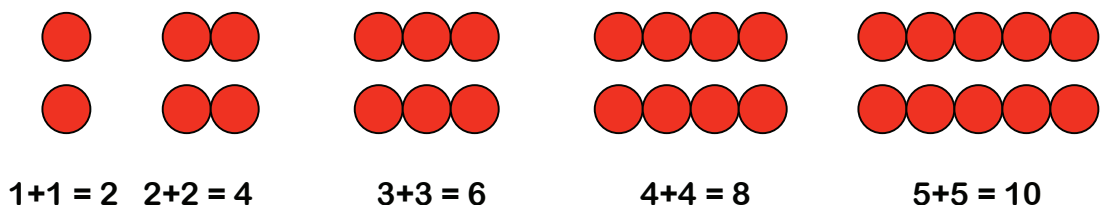
- Se comienza con el Rekenrek en la posición inicial.
- Se desliza hacia la izquierda la primera cuenta roja de cada fila. Se pide a los estudiantes que describan lo que ven.



- De todas las respuestas, se destacan aquellas en que los estudiantes han notado la misma cantidad de cuentas a la izquierda de cada hilera.
- Se continúa con la demostración, deslizando dos cuentas más y pidiendo a los estudiantes que describan lo que ellos ven.



- El profesor debe pedirle a los estudiantes que comparen el número de cuentas de una línea con el total de cuentas que se deslizaron hacia la izquierda, la suma. Esto ayudará a fortalecer la intuición de los estudiantes sobre el resultado de sumar dos números iguales.
- Se muestra todos los dobles hasta el cinco: $1+1$, $2+2$, $3+3$, $4+4$, $5+5$.
- Después de haber mostrado cada uno de los dobles, y de haber enfatizado la suma de los dobles pares, sería bueno que se le mostrara a los estudiantes, el conjunto de todas las visualizaciones de los dobles, preguntándoles qué pueden observar en estas representaciones. Este es el origen para la comprensión de los números pares e impares. Los números impares van a ser explorados en la siguiente lección: “Casi el doble”.



Se pregunta a los estudiantes qué les llama la atención en estas visualizaciones. Debieran verlas como grupos verticales de dos..., como dos líneas horizontales con la misma cantidad de cuentas..., números pares..., etc. Para estudiantes con mayor desarrollo conceptual debería ser significativo que tanto la suma de dos números pares ($2+2$; $4+4$), como la de dos números impares ($1+1$; $3+3$; $5+5$), tienen como resultado un número par.

Lección 10: Casi el Doble

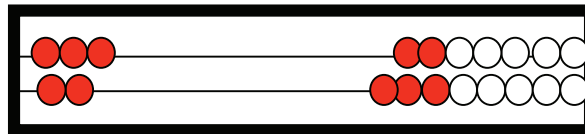
Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

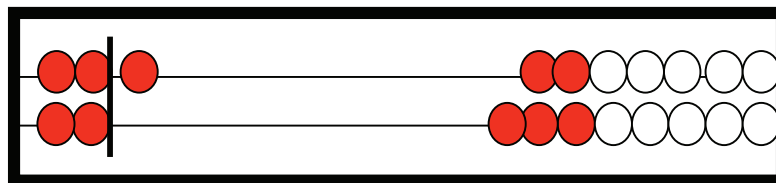
- Utilizar la comprensión de las relaciones de los dobles para trabajar con los vecinos al doble.
- Comprender las combinaciones de los casi dobles, contruidos sobre una buena focalización de los dobles, para ayudar a resolver problemas de cálculo.
- Reconocer la diferencia entre números pares, que pueden ser representados como un par de números iguales, y números impares (números pares más uno).

Introducción e Información Adicional a la Actividad

- Se comienza mostrando el siguiente número en su Rekenrek.



- Se pide a los estudiantes que encuentren el doble que está contenido en el grupo de 5 cuentas que está a la izquierda.
- Se separa visualmente el doble, dos grupos de dos, de la quinta cuenta restante. Se puede usar un lápiz para separar físicamente las cuentas.



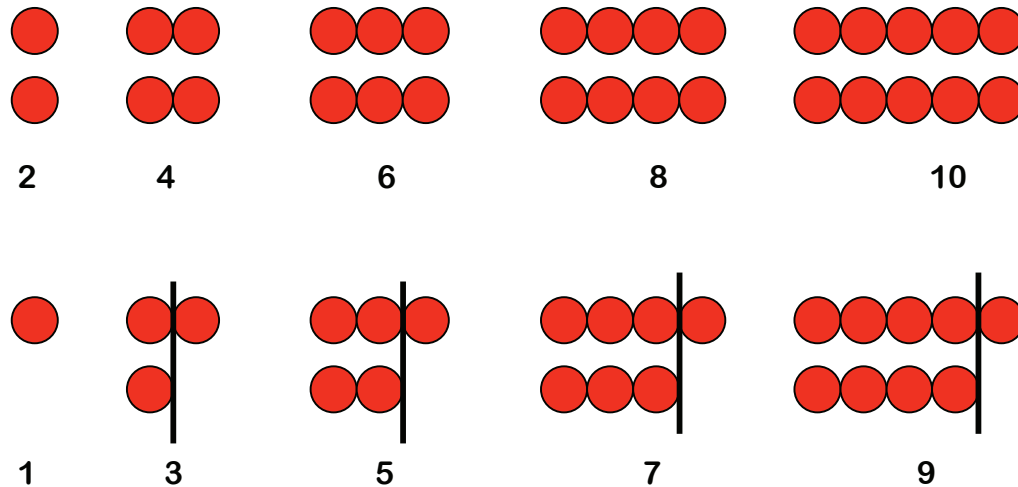
- Se pregunta a los estudiantes: “Ahora que pueden ver el doble $2 + 2 = 4$ ¿Qué pueden decir sobre el doble más uno?”
- Se ilustra el razonamiento, enfatizando la visualización y también la notación simbólica equivalente.

$$\begin{array}{l} 2 + 3 = ? \\ \swarrow \searrow \\ 2 + (2 + 1) = ? \end{array}$$

Significa... $(2 + 2) + 1 = 4 + 1$

Desarrollo de la Lección

- Se continúa con algunos ejemplos adicionales. Se pide a los estudiantes que encuentren el doble que está contenido en la representación y luego, que usen esa información para encontrar la suma del número cerca del doble.
- Se compara visualmente los dobles con los cercanos a los dobles, destacando las diferencias entre los números impares y pares.



- El profesor puede enfatizar los dobles que se encuentran entre estas visualizaciones de los “casi dobles”, ilustrados arriba.
- Puede ser una estrategia poderosa usar la idea de estos dobles escondidos, como una forma de trabajar con las relaciones de los “casi dobles”. Es importante ayudar a los estudiantes a transferir esta estrategia visual a representaciones simbólicas. Tomemos el ejemplo del 7. Los niños tienen que ser estimulados a ver el “6” que existe en este número inicial.



- Con la demostración de esta relación, los estudiantes empiezan a desarrollar una mirada relacional del signo igual, es decir, que el signo igual significa “lo mismo que” más que un simple símbolo que indica que se están acercando a la respuesta.
- Esta idea se desarrolla haciendo varios ejemplos de adición con el Rekenrek. Se pide a los estudiantes que usen el Rekenrek para “probar” si son o no verdaderas las siguientes afirmaciones:

- ¿Será $6 + 7 = 12 + 1$?
- ¿Será $3 + 2 = 4 + 1$?
- ¿Será $4 + 5 = 8 + 1$?

- ¿Será $3 + 2 = 4 + 1$?
- ¿Será $8 + 9 = 16 + 1$?

Lección 11: Parte-Parte-Todo

Nivel de la Lección: Uno y Dos

Objetivos de la Lección

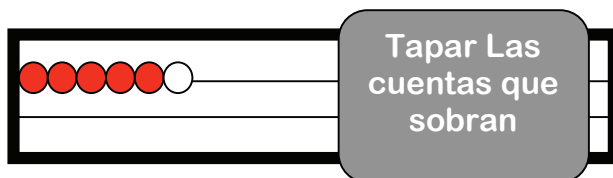
- Desarrollar en los problemas numéricos de adición y sustracción, una buena comprensión de las relaciones parte-parte-todo.
- Desarrollar razonamientos intuitivos sobre las combinaciones aditivas.
- Desarrollar una comprensión relacional del signo igual.
- Desarrollar confianza y seguridad en problemas donde se desconoce un sumando.

Introducción e Información Previa a la Actividad

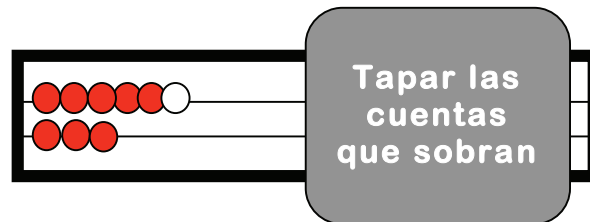
- Es importante empezar esta actividad, haciendo notar que las 10 cuentas en cada fila representan “el total” en el Rekenrek. En estos problemas, los estudiantes van a buscar el sumando que falta y para esto tienen que comprender que el total en una fila es de 10 cuentas y el total, si consideramos las dos filas, es de 20 cuentas.
- Se comienza destacando que cada fila de cuentas está “completa” con 10 cuentas o tiene “un total” de 10 cuentas. Cada vez que se desliza hacia la izquierda algunas cuentas, pero no todas, se está frente a una Parte del Todo.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza deslizando hacia la izquierda 6 cuentas de la fila de arriba. Se tapan las cuentas que sobran a la derecha para que los estudiantes sólo puedan ver 6 cuentas.
- Se pregunta a los estudiantes: “¿Cuántas cuentas ven en la fila de arriba?”
- El niño debiera reconocer que hay 6 cuentas sin tener que contarlas una a una, luego de haber usado el Rekenrek hasta ahora.
- Se hace una segunda pregunta: “¿Cuántas cuentas estoy tapando en la fila de arriba? ¿Cómo puedes asegurar cuántas cuentas están tapadas?”
- Se espera respuestas como las siguientes:
 - “5 y 1 más es 6. Voy a contar hasta 10... 7, 8, 9, 10. 4 están tapadas.”
 - “Yo sé que $6 + 4 = 10$. Veo 6, luego hay 4 más.”
 - “Yo sé de que hay 5 rojas y 5 blancas en cada fila. Sólo veo una blanca, luego deben de haber 4 más.”



- Los estudiantes muestran en cada caso alguna comprensión de la relación parte-parte-todo. El profesor debe asegurarse de enfatizar la relación entre los tres números, en este caso en particular: 6, 4 y 10. Se sigue el ejemplo con otros números. Se sugiere una secuencia numérica como: 6, 5, 7, 4, 8, 3, 2, 9.
- Cuando los estudiantes se sientan cómodos con estos problemas del 1 al 10, se extienden los problemas hasta el 20. Antes de empezar con estos problemas hay que asegurarse de que los estudiantes saben que el TOTAL para las dos filas es 20.
- Se pregunta a los estudiantes: “¿Cuántas cuentas hay en ambas filas?” Se muestra las 20 cuentas a la izquierda del Rekenrek.
- Ahora, se deslizan 9 cuentas hacia la izquierda de la siguiente forma:

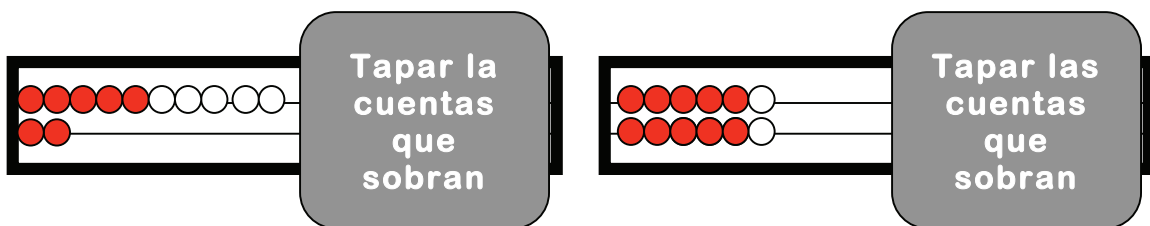


- Se pregunta a los estudiantes: “¿Cuántas cuentas ven ahora?”
- Se espera los siguientes tipos de respuestas:
 - “5 y 1 más, es 6. Agrego 3 más de abajo y llego a 9.”
 - “9 porque si le quito las 3 rojas de abajo, y le agrego 3 blancas arriba, tengo 5 rojas y 4 blancas, lo que me da 9.”
 - “Veo el doble de 3, lo que es 6, y 3 más, es 9.”
 - “Si le agrego 2 rojas abajo, serían 10 y una blanca, lo que hace un total de 11. Luego, le quito 2 a 11 y eso me da 9.”
 - “5 rojas arriba y 3 rojas abajo es 8, y 1 blanca más es 9.”
- Ahora se pregunta a los estudiantes: “¿Cuántas cuentas están tapadas? ¿Cómo puede estar seguro de cuántas cuentas están tapadas?”
- Se esperan los siguientes razonamientos:
 - “Faltan 5 blancas y 2 rojas abajo. Arriba faltan 4 blancas. 7 y 4 son 11.”
 - “Si deslizo las 3 cuentas rojas debajo de la tapa, y deslizo 3 cuentas blancas hacia la izquierda, entonces abajo habrían tapadas 5 rojas y 5 blancas, y arriba 1 blanca tapada. Luego eso es 11 cuentas tapadas.”
 - “Bueno, 10 y 10 son 20. Yo estoy viendo 9, lo que está cerca del 10. Como es 1 menos que 10, 11 tienen que estar tapadas.”
 - “Arriba faltan 4 cuentas. Abajo faltan 7 cuentas. Eso son 11 cuentas tapadas.”

- Se continúa con otros ejemplos. Una secuencia podría ser: 9, 12, 8, 13, 15, 7, 18, 17, 6, 16, 11, 14.
- No se debe olvidar que hay múltiples formas de representar cada uno de estos números, y esto va a llevar a diferentes relaciones de la parte-parte-todo. Por ejemplo, el 12 se podría representar de las siguientes maneras, aunque hay muchas otras. De cada una de estas representaciones van a emerger diferentes formas de razonamiento con respecto a las relaciones parte-parte-todo que se están explorando.

Parte = 12, mostrado
como 10 y 2

Parte = 12, mostrado como el
doble de 6



Lección 12: Es Automático... Combinaciones aditivas

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Desarrollar confianza en las combinaciones aditivas hasta el 20.
- Usar estrategias informales para calcular números sobre $10 + 10$
- Reforzar estrategias como la focalización en el 10 y el uso de los dobles, para completar las combinaciones aditivas básicas hasta el 20.

Introducción e Información Adicional a la Actividad

- Si los estudiantes han completado cada una de las actividades anteriores, deberían estar preparados para recurrir rápidamente a un repertorio memorizado de las combinaciones aditivas hasta el 20. El Rekenrek es un modelo poderoso que permite a los estudiantes formalizar aquellas intuiciones que traen a la escuela primaria.
- En esta actividad se debe destacar estrategias que estén por sobre la mecanización. Las estrategias a destacar incluyen:
 - ¿Puedo primero llegar a 10, y luego modificar como corresponde?
 - ¿Puedo encontrar el doble, y luego modificar como corresponde?
 - ¿Puedo primero llegar a 5, y luego modificar como corresponde?
- Para promover una comprensión relacional del signo igual, contraria a la idea de éste como indicador de “una respuesta” a un problema, y cultivar la fluidez en las combinaciones aditivas básicas, se debe ser cuidadoso en el uso de un lenguaje apropiado.

Desarrollo de la lección

- Se comienza con una combinación aditiva como: $4 + 5$
- Para promover una comprensión relacional del signo igual, se usa el siguiente lenguaje durante el desarrollo del problema:
 - “ $4 + 5$... Eso significa que queremos combinar $4 + 5$ cuentas”
 - “Empiece mostrando el 4 en su Rekenrek”
 - “Ahora tenemos que agregar 5 cuentas más”
 - “Ustedes pueden agregar las 5 cuentas de cualquier forma, en cualquiera de las filas”
 - “¿Cuántas cuentas hay en total?”
 - “Sin tener que contar cada cuenta, ¿Cómo saben que hay 9 cuentas? ¿Cuáles fueron sus estrategias para saber que $4 + 5 = 9$?”

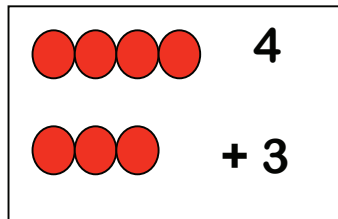
Se escucha a los estudiantes que mencionan la focalización en el 10, los dobles, etc. Algunas posibles afirmaciones deberían incluir los siguientes argumentos:

- “Bueno, yo sé que $5 + 5$ es 10, luego $5 + 4$ es uno menos.”
- “Dos 4's es 8. Tengo uno más que eso, luego $4 + 5 = 9$.”
- “Yo sé que $4 + 6$ es 10, luego es uno menos.”

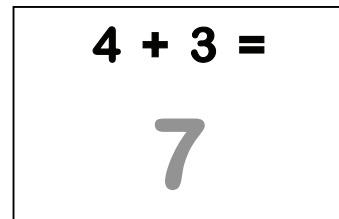
Lección 12: Es Automático... Combinaciones aditivas

- Para promover la rapidez en los niños (un repertorio memorizado de combinaciones aditivas básicas), es importante usar el Rekenrek, ya que en él se pueden representar las visualizaciones de estas combinaciones aditivas básicas. Por ejemplo, se pueden desarrollar “Flash Cards” con cuentas en uno de sus lados, y la respuesta en el otro lado.

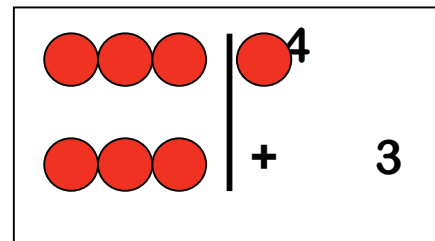
Adelante



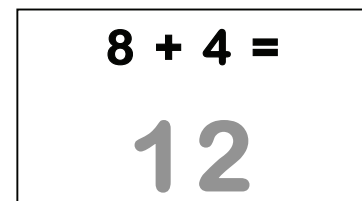
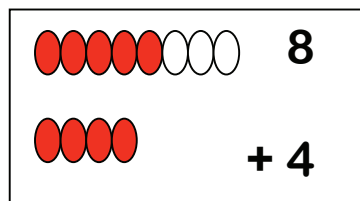
Atrás



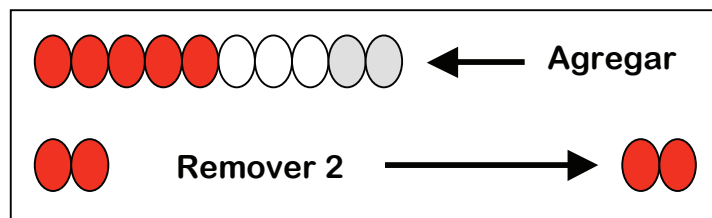
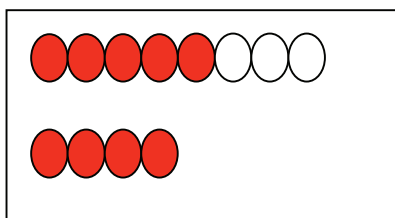
- Es importante reforzar todas las posibles estrategias que los estudiantes pueden usar para calcular la combinación aditiva dada. En el ejemplo de arriba los estudiantes pueden usar los “dobles” de tres, dibujando mentalmente una línea después de la tercera cuenta, como se muestra a continuación:
- En este caso, el estudiante habrá entendido $4 + 3$ como...dos grupos de 3, y 1 más.



- Cualquiera que sean las combinaciones aditivas, se debe estimular otras estrategias de compensación. Por ejemplo, considere la combinación aditiva: $8 + 4 = 12$.



Mientras que algunos estudiantes podrían ver los dobles (dos grupos de 4 y 4 más), es mucho más probable que en esta instancia los estudiantes se van a focalizar en el 10, deslizando mentalmente dos cuentas adicionales a la izquierda de la fila de arriba (para llegar a 10), y luego compensar removiendo 2 cuentas de la fila de abajo.



Lección 13: El Rekenrek y la Recta Numérica

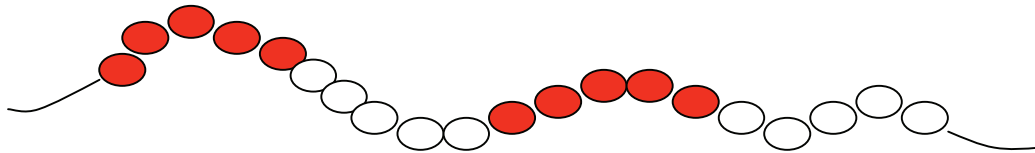
Nivel de la lección: Tres

Objetivos de la Lección

- Fomentar la conexión entre el Rekenrek y la recta numérica.
- Completar problemas simples de adición y sustracción en la recta numérica, usando estrategias desarrolladas en el Rekenrek.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- La recta numérica es una herramienta muy conocida en la clase de matemática, y muchas veces poco utilizada. Los razonamientos numéricos desarrollados a través del Rekenrek pueden ser fácilmente transferidos al uso de la recta numérica.
- Estas estrategias desarrolladas con números entre el 0 y 20, pueden usarse efectivamente después, con operaciones que involucren dos y tres dígitos.
- Se introduce la recta numérica como una variación del Rekenrek. Un paso intermedio es usar una cuerda suelta, de cuentas organizadas en grupos de a 5.



- Los estudiantes pueden usar esta cuerda de cuentas para hacer muchas de las actividades sugeridas a lo largo del libro.
- Para lograr la transición entre el uso de la “cuerda de cuentas” y el uso de la “recta numérica”, que se muestra a continuación, se debe seguir los pasos descritos anteriormente, en la serie de actividades presentadas en la lección. Haga una copia de esta recta numérica para cada estudiante de la clase.

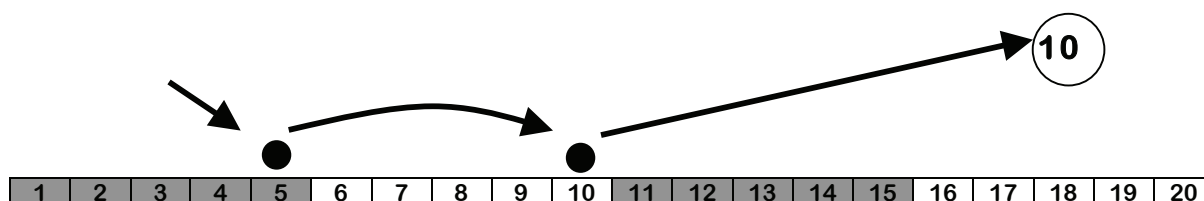
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Desarrollo de la Lección

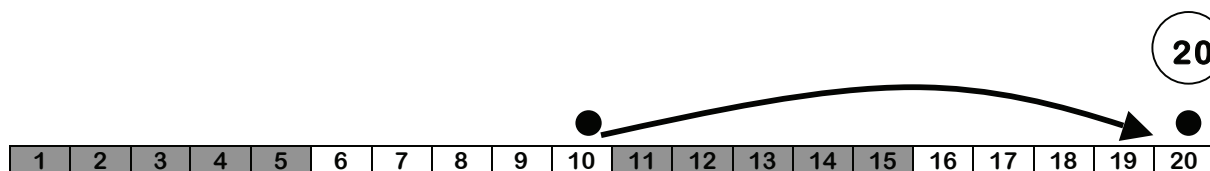
- Se comienza pidiendo a los estudiantes que “muestren” números tanto en el Rekenrek(o en la cuerda numérica de cuentas) como en la recta numérica.
 - “Muéstrenme 6 cuentas. Ahora, muéstrenme 6 en la recta numérica.”
 - “Muéstrenme 18 cuentas. Ahora, muéstrenme 18 en la recta numérica.”
- Se continúa con otros números, hasta que los estudiantes se sientan cómodos localizando números en la recta numérica.

- Se introduce la noción de “conteo saltando”, de 5 en 5 o de 10 en 10, en la recta numérica. Este procedimiento es análogo a deslizar hacia la izquierda cuentas “agrupadas”, de una vez, en el Rekenrek (de a 5, de a 10)
- Se comienza con los siguientes ejemplos, en que cada número inicial sea un múltiplo de 5.
 - “Muéstrenme 5. Ahora avance de un salto 5 más. ¿Cuál es su respuesta?” (10)
 - “Muéstrenme 5. Ahora avance de un salto 10 más. ¿Cuál es su respuesta?” (15)
 - “Muéstrenme 10. Ahora avance de un salto 5 más. ¿Cuál es su respuesta?” (15)
- Se modela los saltos utilizando la recta numérica

“Muéstrenme 5. Ahora, de un salto, avance 5 más. ¿Cuál es su respuesta?”



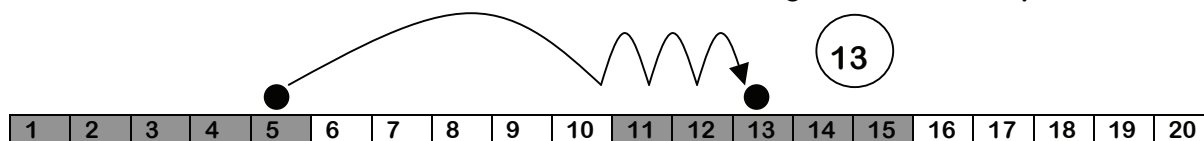
“Muéstrenme 10. Ahora, de un salto, avance 10 más. ¿Cuál es su respuesta?”



- Luego que los estudiantes se sienten cómodos saltando números de 5 en 5 y de 10 en 10, a partir de múltiplos de 5, se comienza a introducir la idea de saltar a partir de un punto de partida diferente. Por ejemplo:
 - “Muéstrenme 6. Ahora, de un salto, avance 5 más. ¿Cuál es su respuesta?” (11)
 - “Muéstrenme 3. Ahora, avance de un salto 10 más ¿Cuál es su respuesta?” (13)
- Hay que asegurarse de usar una variedad de ejemplos en que tanto el punto de partida como la cantidad saltada varían.
- Para estudiantes más avanzados se puede incorporar saltos de diferente cantidad. Se les puede impulsar a utilizar el 5 y el 10 como puntos de referencia, por ejemplo, un salto de 8 debería ser completado saltando primero 10, y luego retrocediendo 2.

- Se debe motivar a los alumnos a expresar verbalmente su razonamiento, enfocándose en las diversas estrategias desarrolladas a lo largo de este texto. Véase el ejemplo siguiente:

“Muéstrenme 5. Ahora avance de un salto 8 más ¿Cuál es su respuesta?”

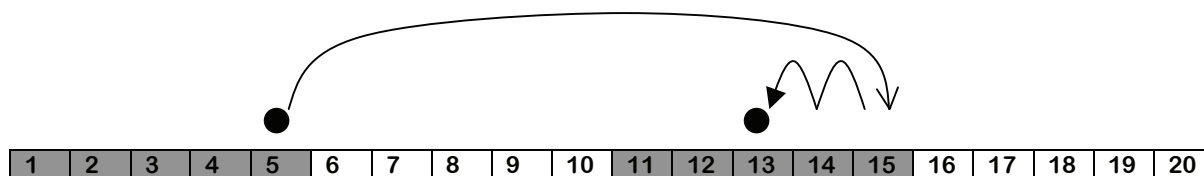


“¿Cómo llegaron al 13? ¿Cómo saltaron a lo largo de la recta numérica?”

Respuesta posible: “Bueno, yo sabía que tenía que saltar un total de 8. 8 se puede descomponer en 5 y 3. Primero salté 5, 5 y 5 son 10. Luego agregué 3...11,12,13.”

Otro estudiante podría haber hecho un procedimiento alternativo como el siguiente:

“Bueno comencé avanzando 10, de un salto. Pero eso era demasiado. Luego, retrocedí 2 espacios y así yo supe que había saltado 8”



Lección 14: Sustracción

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Apoyar la idea que la sustracción es una forma de relación entre 3 números.
- Comprender la importancia de usar la noción matemática del “10” como un primer punto de referencia en los problemas de sustracción.
- Recordar las combinaciones aditivas hasta el 20, utilizando las estrategias de visualización asociadas con el Rekenrek.
- Conectar con la recta numérica, el concepto de sustracción en el Rekenrek.

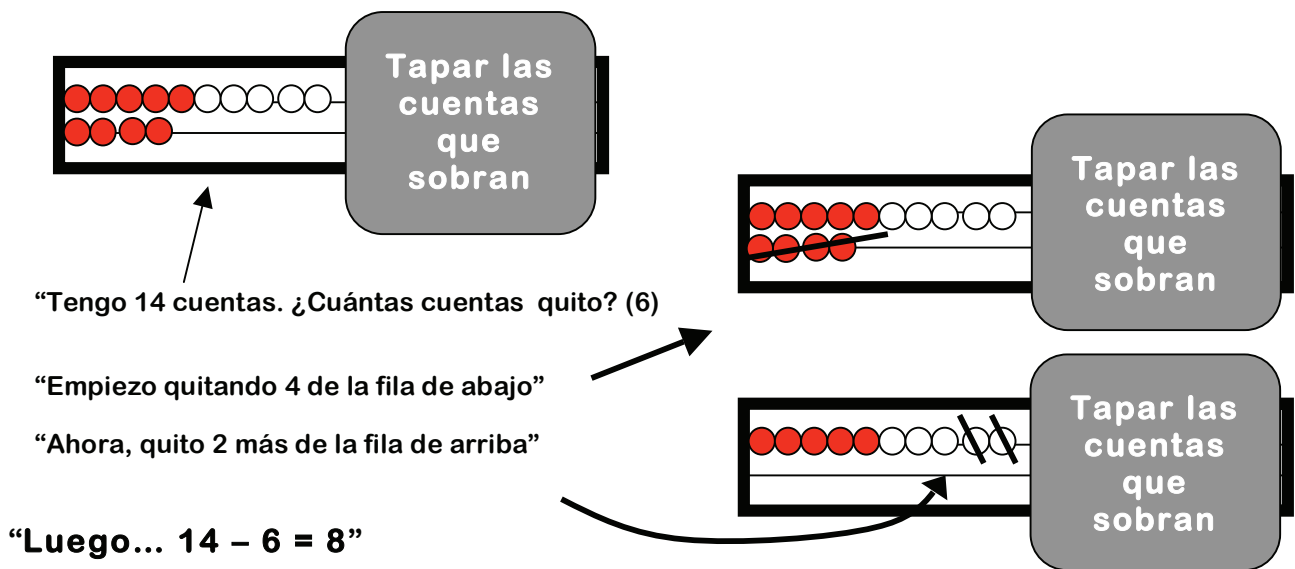
Introducción e Información Previa a la Actividad

- La sustracción puede ser pensada como una forma de organizar o relacionar tres números, por ejemplo, 3, 4 y 7. Es decir, “ $3 + 4 = 7$ ” está relacionado con “ $7 - ? = 4$ ” o relacionado con “ $? - 4 = 3$ ”. El Rekenrek puede ayudar a fomentar la comprensión de este tipo de relaciones, y por lo tanto reforzar en los estudiantes la facilidad para resolver sustracciones.
- El foco de estas actividades está en los componentes de la sustracción, donde el minuendo (es decir el número mayor) está entre el 10 y 20. Si los estudiantes pueden restar en forma eficiente números entre el 10 y el 20, por ejemplo, $17 - 8$, podrán aplicar las mismas estrategias con números más grandes por ejemplo, $347 - 38$. En este caso, el primer paso que requieren los estudiantes para resolver $347 - 38$, es restar 8 de 17, cosa que se puede modelar eficazmente en el Rekenrek, la cuerda de cuentas y la recta numérica.
- En estos problemas se puede estimular a los estudiantes a que usen la estrategia de modelar el minuendo con las dos filas, con ejemplos sólo del 10 al 20, pero usando las 10 cuentas de la fila de arriba. Luego, cuando los estudiantes resten el segundo número, lo van a hacer usando el 10 como referencia.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza con la siguiente pregunta:

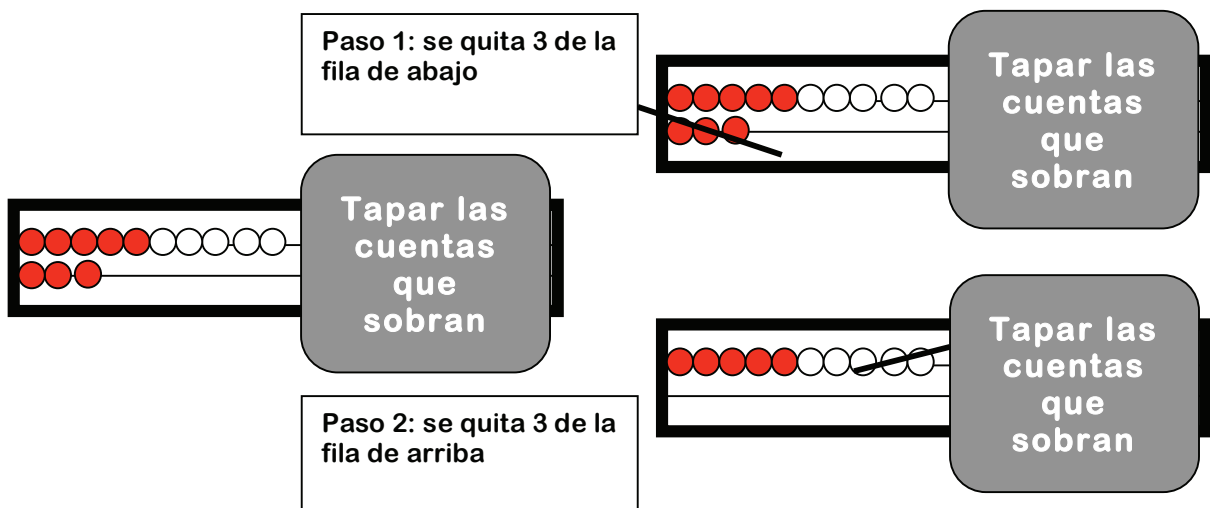
“Supongan que tengo 14 pelotas y ustedes sacan 6. ¿Cuántas pelotas me quedaron? ¿Cómo podrían representar este problema en el Rekenrek?”
- Se modela el minuendo 14, en el Rekenrek, cubriendo las cuentas restantes.



- Se continúa con ejemplos adicionales como los siguientes:

* $11 - 6$	* $19 - 10$
* $13 - 4$	* $14 - 8$
* $16 - 7$	* $15 - 7$
* $12 - 5$	* $18 - 9$
* $17 - 9$	

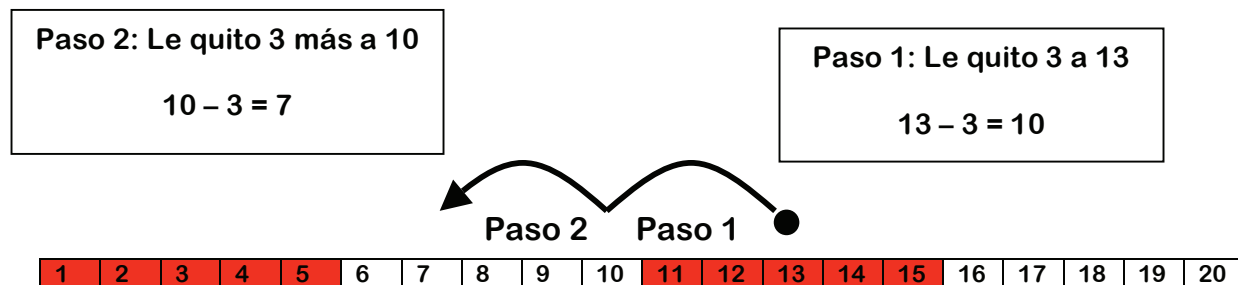
- El profesor debe estar consciente que los estudiantes pueden representar el número inicial de varias formas. Debe enfatizarse que se construya el minuendo con las 10 cuentas de toda la fila de arriba, y las que faltan con la fila de abajo.
- Se continúa pidiendo a los estudiantes que verbalicen sus estrategias de solución, guiándolos como en el siguiente ejemplo:
 - “¿Cuántas cuentas ven?” (13)
 - “¿Cuántas cuentas quedarían si quitamos 6 cuentas?”
 - “Prepárense para explicar su razonamiento”



Un ejemplo de razonamiento de un estudiante sería:

“Bueno, primero quité 3 cuentas de la fila de abajo, quedando 10 cuentas. Todavía necesito quitar otras 3 de la fila de arriba. Luego, si a 10 se le quitan 3, quedan 7 cuentas.”

- Estos problemas son una excelente oportunidad para modelarlos en la recta numérica que fue desarrollada en la lección anterior. Por ejemplo, los estudiantes podrían representar este problema de la siguiente manera:



Capítulo 4: Problemas Verbales con el Rekenrek

Instrucciones Cognitivamente Guiadas: “*Cognitively Guided Instruction*(CGI)”

Un Marco de Referencia para el Razonamiento sobre la Adición y la Sustracción

En Educación Matemática, quizá no haya otra teoría sobre el pensamiento en los niños, más clara y contundente, que la planteada por la “CGI”. Desarrollada a lo largo de los últimos veinte años, esta teoría otorga a los profesores, un marco para comprender cómo enfrentan los niños, intuitivamente, la adición y la sustracción y por consiguiente, cómo se les puede enseñar de la mejor manera a razonar matemáticamente en sus primeros años.

Una de las premisas detrás de la CGI es la noción de que hay muchas maneras de expresar cualquier relación numérica dada, y cada una de ellas va a requerir, por parte de los niños, de diferentes tipos de razonamiento:

“Claudia tenía 4 manzanas. Roberto le dió 3 más. ¿Cuántas manzanas tiene Claudia ahora?”

Esto parece a primera vista una simple combinación aditiva: $4 + 3 = 7$ y ciertamente lo es. En las investigaciones hay evidencias que sugieren que la mayoría de los profesores de educación primaria enseñan esta relación entre 4, 3 y 7, de una de las siguientes maneras:

$$4 + 3 = \boxed{} \quad \text{ó} \quad 3 + 4 = \boxed{}$$

Esto debiera llamarse un problema de adición en que el **resultado** es desconocido. Aunque ciertamente es importante que los niños sepan estas combinaciones aditivas, hay tanto más que se puede hacer con esta familia de números.

CGI provee una estructura que permite ver las formas de acrecentar el razonamiento en los niños considerando, por ejemplo, las maneras en que se puede variar el enunciado de este problema y cómo los nuevos enunciados del mismo problema requieren de un modo de pensar diferente.

Por ejemplo:

*“Claudia tenía algunas manzanas. Roberto le dió 3 más. Ahora, ella tiene 7 manzanas. ¿Cuántas tenía al comienzo?”(Aquí el **ESTADO INICIAL** es desconocido)*

*“Claudia tenía 4 manzanas. Roberto le dió algunas más. Ahora, ella, tiene 7 manzanas. ¿Cuántas le dió Roberto?”(Aquí el **CAMBIO** es desconocido)*

*“Claudia y Roberto juntos, tienen 7 manzanas. Claudia tiene una manzana más que Roberto. ¿Cuántas manzanas tiene Claudia, y Roberto?”(Este es un problema de **COMPARACIÓN**)*

Problemas Tipo según la CGI

El marco de referencia de la CGI propone once modos diferentes en que los estudiantes pueden razonar, a propósito de una relación particular de números.

Las categorías de problemas incluyen:

Problemas de Cambio (relacionados con la idea de agregar)

- Operador, en que el resultado es desconocido
- Operador, en que el estado inicial es desconocido
- Operador, en que el cambio es desconocido

Problemas de Separación

- Separación, en que el resultado es desconocido
- Separación, en que el estado inicial es desconocido
- Separación, en que el cambio es desconocido

Problemas de Combinación Parte-Parte-Todo (relacionados con la idea de reunir)

- Parte-Parte-Todo, en que el todo es desconocido
- Parte-Parte-Todo, en que la parte es desconocida

Problemas de Comparación

- Comparación, en que la diferencia es desconocida
- Comparación, en que la cantidad comparada es desconocida
- Comparación, en que la cantidad de referencia es desconocida

Es importante comprender que con cada uno de estos tipos de problema, los estudiantes razonan de manera diferente acerca de una relación numérica dada.

Cuando sólo se plantea problemas en que el “resultado es desconocido”, por ejemplo $3 + 4 = ?$, se está negando a los estudiantes la oportunidad de desarrollar un sentido más enriquecido de las relaciones numéricas. Mas aún, cuando sólo se plantea problemas en que “el resultado es desconocido”, se fomenta en los estudiantes el concepto erróneo de que el signo igual es sinónimo de “aquí viene la

espuesta”. Esta es una mirada muy limitada del signo igual y conduce a grandes dificultades cuando se les pide que empleen un razonamiento algebraico en que se requiere de una comprensión *relacional* del signo igual.

Es importante comprender que con cada uno de estos tipos de problema, los estudiantes razonan de manera diferente acerca de una relación numérica dada.

Cuando sólo se plantea problemas en que el “resultado es desconocido”, por ejemplo $3 + 4 = ?$, se está negando a los estudiantes la oportunidad de desarrollar un sentido más enriquecido de las relaciones numéricas. Mas aún, cuando sólo se plantea problemas en que “el resultado es desconocido”, se fomenta en los estudiantes el concepto erróneo de que el signo igual es sinónimo de “aquí viene la respuesta”. Esta es una mirada muy limitada del signo igual y conduce a grandes dificultades cuando se les pide que empleen un razonamiento algebraico en que se requiere de una comprensión *relacional* del signo igual.

Estudios muy interesantes han mostrado, en forma alarmante, que un alto porcentaje de niños del Segundo ciclo básico (10 a 13 años), comete el mismo error cuando se les plantea el siguiente problema:

“Escriba la respuesta correcta en el recuadro: $4 + 8 = \square + 5$ ”

En lugar de escribir en el recuadro el 9, lo que haría verdadera la afirmación, más del 80% de los niños encuestados en tres estudios diferentes cometieron el error de escribir 12 en el recuadro. En lugar de ver el signo igual como un indicador de que ambos lados de la ecuación deben estar balanceados, los estudiantes asumen a menudo que el signo igual indica que debe estar seguido por una respuesta a lo anterior. Utilizando los diferentes tipos de problemas que se destacan en la estructura de la CGI, se puede comenzar a eliminar este concepto erróneo.

En las páginas siguientes se compartirán varios tipos de problemas de este marco de referencia de la CGI, con ejemplos de cómo el Rekenrek debe usarse para representarlos y en consecuencia, resolverlos. Se recomienda seguir los ejemplos a medida que se utilizan los problemas dados y a medida que se plantean otros problemas en contexto, para así desafiar el razonamiento de los estudiantes. Para desarrollar confianza y eficiencia en los estudiantes, a lo largo de todas las operaciones numéricas, es fundamental exponer a los niños a edad temprana a estos tipos de problemas.

Problemas Verbales Lección 1: Problemas de Cambio

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Usar el Rekenrek para representar problemas de cambio, con *resultado* desconocido.
- Usar el Rekenrek para representar problemas de cambio, con *cantidad de cambio* desconocida.
- Usar el Rekenrek para representar problemas de cambio, con *cantidad inicial* desconocida.

Introducción e Información previa a la Actividad

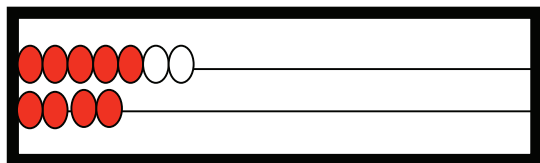
- Para los estudiantes, los problemas de cambio son comúnmente los tipos de problemas verbales más fáciles de comprender y resolver.
- Para los problemas con “resultado desconocido”, los estudiantes pueden usar el Rekenrek para representar las dos partes del problema, el estado inicial y el de cambio, y luego utilizar estrategias informales para sumar las dos cantidades.
- Para problemas tanto con “cambio desconocido” como con “estado inicial desconocido”, los estudiantes pueden usar el Rekenrek para llegar a la respuesta deseada contando hacia adelante o hacia atrás, es decir, de manera similar al modo como resolvieron anteriormente problemas del tipo: “Muéstrenme 14. Voy a empezar con 8, ¿Cuántas más?”
- Se debe hacer ejemplos, como los que se muestran a continuación, antes de hacer practicar a los estudiantes con varios problemas de “cambio”.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza con un problema como el siguiente, en que el “RESULTADO ES DESCONOCIDO”:

“Marco tenía 7 cartas. Tina le dió 4 más. ¿Cuántas cartas tiene ahora Marco?”

- Se modela este problema con el Rekenrek:
 - “Mostremos arriba cuántas tenía Marco.”
(se deslizan 7 cuentas de una vez)
 - “Mostremos en la segunda fila cuántas le dió Tina.” (se deslizan 4 cuentas de una vez)
 - “Luego... ¿Cuántas cuentas, es decir cartas, hay en total?”



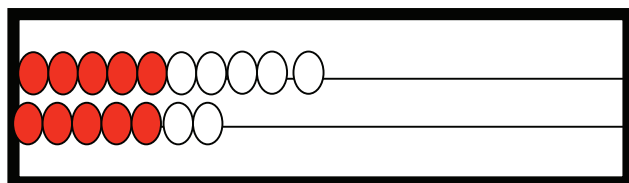
Los estudiantes pueden resolver este problema usando las destrezas adquiridas anteriormente, ejemplo: viendo el “doble de 4, más 3” o por compensación, quitando una blanca de arriba y agregando una roja abajo para formar “dos 5 que es 10, y 1 más que es 11.”

Problemas Verbales con el Rekenrek

- Se plantean problemas adicionales de “cambio con resultado desconocido” para que los estudiantes los resuelvan.
- A continuación, se plantea un problema como el siguiente, con el “CAMBIO DESCONOCIDO”:

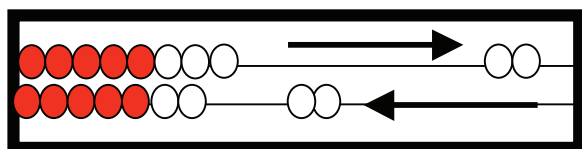
“Marco tiene 8 cartas. ¿Cuántas más necesita para tener 17 cartas?”

- Dos estrategias podrían ayudar a los estudiantes:
 - Preferir llegar a 17 (“empecemos con 8; ¿Cuántas más necesitamos para 17?”)
 - Escoger retroceder considerando 17 cuentas y luego reubicándolas hasta que queden 8 cuentas en la fila de abajo.
- Se modela esta segunda estrategia usando un lenguaje como: “Bueno, Marco tiene al final un total de 17, luego... mostremos 17 en el Rekenrek. Para esto tenemos que usar tanto la fila de arriba como la de abajo.”

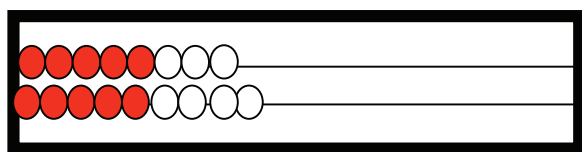


Paso 1: Muestre el resultado final de 17 cuentas

- *“Ahora, nosotros sabemos que empezó sólo con 8 cartas. ¿Se pueden readequar las cuentas en el Rekenrek para quedarse con 17 cuentas, pero con sólo 8 en la fila de arriba?”*



Resultando...



Paso 2: Movilice las cuentas del Rekenrek para dejar sólo 8 cuentas en la fila de arriba, pero manteniendo un total de 17. Deslice dos cuentas blancas de la fila de arriba hacia la derecha; deslice dos cuentas blancas de la fila de abajo hacia la izquierda.

Se plantea otros problemas de “cambio” para que resuelvan los estudiantes. Se varía la forma.

Problemas Verbales Lección 2: Problemas de Separación

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Usar el Rekenrek para representar problemas de separación, con *resultado* desconocido.
- Usar el rekenrek para representar problemas de separación, con *cambio* desconocido.
- Usar el Rekenrek para representar problemas de separación, con *Cantidad Inicial* desconocida.

Introducción e Información Previa a la Actividad

- Generalmente se relacionan los problemas de *separación* con la sustracción y no siempre se deben resolver por medio de ésta. Estos problemas modelados en el Rekenrek pueden representar a veces un desafío para los estudiantes, dependiendo de la naturaleza del problema y de la habilidad que ellos tengan para visualizar problemas en contexto.
- Las dos formas de problemas de *separación*, tanto con “resultado desconocido” como con “cambio desconocido”, están resueltos de la misma manera en que fue introducida la sustracción en la lección 14. Se debe empezar con el minuendo y luego separar las cuentas necesarias, en grupo cuando sea posible, hasta llegar al resultado deseado.
- Los problemas de *separación* con “Cantidad Inicial Desconocida” son quizá, los más difíciles de representar en el Rekenrek, ya que no se conoce el valor del estado inicial al cuál se le debe quitar otro valor. Hay que tener mucho cuidado cuando se modela estos problemas y es por esto que se debe practicar mucho con los estudiantes hasta que ellos logren solidez, en su comprensión y modo de resolución.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza con el siguiente problema de “RESULTADO DESCONOCIDO”:

“Lisa trajo 11 tenedores al picnic. Le dio 6 tenedores a su profesora. ¿Cuántos le quedaron?”

- Se modela estos problemas de forma similar a los resueltos en la Lección 14. Se comienza deslizando 11 cuentas hacia la izquierda, 10 en la fila de arriba, 1 en la fila de abajo. Si es útil para los estudiantes, se tapan las cuentas que sobran.

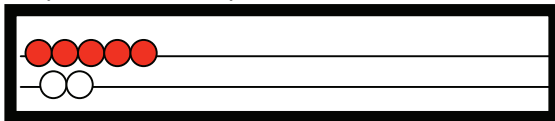
•

Problemas Verbales Lección 2: Problemas de Separación

- Se vuelve al problema: *“Tenemos que separar 6 cuentas (6 tenedores).Empiece por la fila de abajo; saque 1 cuenta. ¿Cuántas más tenemos que quitar? 5 más. Saque las últimas 5 de la fila de arriba”.*
- A continuación, se modela un problema de separación, con el “CAMBIO DESCONOCIDO.” Por ejemplo:

“Lisa tenía 7 tenedores. Le dio algunos a su profesora. Ahora le quedaron 2. ¿Cuántos le dio a su profesora?”

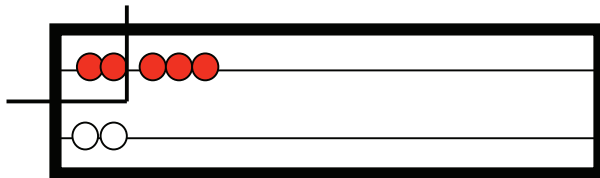
Represente el problema.



Paso 1: Se muestra el estado inicial de 7 cuentas (tenedores).

- A continuación se motiva a los estudiantes a quitar las cuentas necesarias hasta que queden sólo dos.

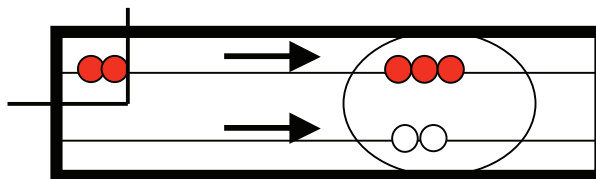
“¿Cuántas cuentas quedan al final? Dos.” Se destaca el número de cuentas que tienen que quedar cuando se termina con el problema.



Paso 2: Se destaca el número de cuentas que se quiere al final.

“Ahora debemos separar las cuentas que no queremos, teniendo en cuenta cuántas son empujadas hacia la derecha”.

“Bueno... se parte con 7. Se quiere sólo dos al final. Se empieza empujando las 2 de la fila de abajo hacia la derecha. Ahora las rojas que sobran de la fila de arriba, 3 hacia la derecha. En total se empujan 5 cuentas hacia la derecha.”

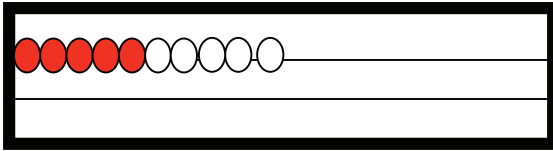


- Los problemas de separación que presentan un gran desafío para los niños son los que tienen el “ESTADO INICIAL DESCONOCIDO”. Se comienza con el siguiente problema:

“Lisa tenía algunos tenedores. Le dio 3 a su profesora. Ahora le quedaron 10. ¿Cuántos tenía al principio?”

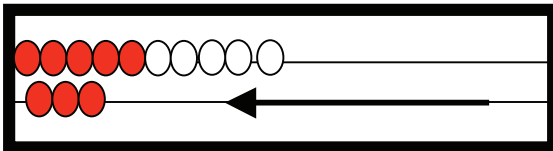
- Se analiza paso a paso el problema con los estudiantes:

“Este problema dice que Lisa tenía algunos tenedores al inicio, y luego le dió 3 a su profesora. Después de haber dado los 3 tenedores, le quedaron 10. Mostremos 10 en el Rekenrek.”



Paso 1: Se muestra la cantidad final, 10 cuentas

“Ahora... pensemos lo siguiente. Le quedan 10 cuentas (tenedores). Pero hace un minuto, ella le dio 3 a su profesora. ¿Se pueden agregar estas 3 en el Rekenrek para representar los tenedores que ella le dio a su profesora?”



Paso 2:
Se agrega 3 cuentas más

“Ahora se puede visualizar con cuántos tenedores partió Lisa. En la fila de arriba, se muestran los 10 tenedores que ella tenía al final. Abajo están las cuentas que representan los 3 tenedores que ella le dio a su profesora. Luego al inicio, ella debía tener: $10 + 3 = 13$ tenedores.”

Es muy importante darles a los niños varias posibilidades de practicar este tipo de problemas.

Problemas Verbales Lección 3: Problemas de Combinación Parte-Parte-Todo

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

- Usar el Rekenrek para representar problemas de combinación del tipo parte-parte-todo, donde **el todo** es desconocido.
- Usar el Rekenrek para representar problemas de combinación del tipo parte-parte-todo, donde **la parte** es desconocida.

Introducción e Información previa a la Actividad

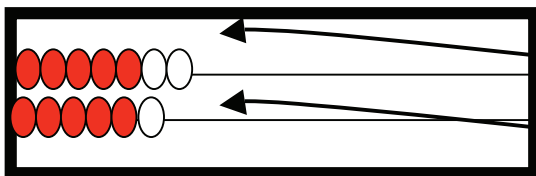
- Anteriormente, en la lección 11 de este libro, se introdujo la idea de las relaciones numéricas parte-parte-todo. Mientras que en esa lección el “todo” era 10 o 20, en ésta los estudiantes van a trabajar con problemas en que el “todo” puede ser cualquier número.
- Dada la naturaleza de estos problemas, hay que preocuparse de sólo dos variaciones, los problemas en que una de las partes es desconocida, pero el todo es conocido, y los problemas en que el todo es desconocido, pero ambas partes son conocidas.
- El profesor debe asegurarse que los estudiantes se enfrenten a varios problemas, en contexto, del tipo parte-parte-todo.

Desarrollo de la Lección

- Se comienza con un problema en contexto en que se dan ambas partes, y en que el **TODO ES DESCONOCIDO**. Por ejemplo:

“Roberto marcó 7 goles durante la temporada de fútbol. Su amigo Juan marcó 6 goles. ¿Cuántos goles marcaron los dos en total?”

- Se representa este problema en el Rekenrek, usando la fila de arriba para indicar los goles que marcó Roberto, y la fila de abajo para indicar los goles que marcó Juan.



Paso 1: Represente los goles que se marcaron. Los goles de Roberto están en la fila de arriba. Los goles de Juan en la fila de abajo.

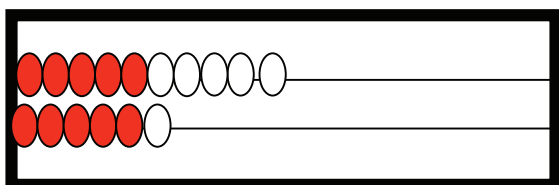
Problemas Verbales Lección 3: Problemas de Combinación Parte-Parte-Todo

- Los pasos que siguen debieran ser fáciles para los estudiantes que ya realizaron las actividades anteriores propuestas en el libro. Pueden combinar las cuentas de cualquier forma: El doble de 6, más 1; dos grupos de 5, y tres más; un grupo de 10, y 3 más, etc.
- A continuación, se representa un problema donde la PARTE ES DESCONOCIDA. Por ejemplo:

“Juntos, Roberto y Juan, marcaron 16 goles durante la temporada de fútbol. Roberto marcó 9 de los goles. ¿Cuántos marcó Juan?”

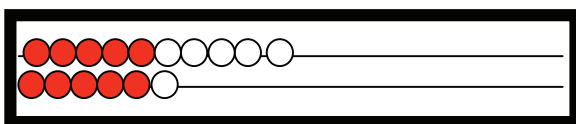
- Se comienza por representar este problema con la siguiente verbalización: *“Bueno, juntos marcaron 16 goles. ¿Podemos representar 16 goles en el Rekenrek?”*

En lo posible, complete primero la fila de arriba del Rekenrek antes de empujar cuentas de la segunda fila, es decir, deslice a la izquierda 10 cuentas, arriba. Esto facilitará a los estudiantes la resolución del problema.



Paso 1: Represente los 16 goles que se marcaron.

- *“Ahora, que más se sabe? Se sabe que Roberto marcó 9 goles. Se necesita averiguar cuántos goles marcó Juan. Luego... ¿se puede sacar los 9 goles que marcó Roberto y ver entonces cuántos goles fueron de Juan?”*
- Los niños pueden escoger varias formas para mostrar los 9 goles que marcó Roberto. Quizá ellos deslizan 5 cuentas rojas y 4 blancas de la fila de arriba. Quizá comienzan con la fila de abajo y deslizan 6 cuentas, seguidas de 3 más de la fila de arriba. Los estudiantes pueden escoger en cada problema una estrategia diferente, la que les parezca más razonable de acuerdo a sus personales intuiciones.



Paso 2: Roberto marcó 9 goles. Sáquelos.

Problemas Verbales Lección 4: Problemas de Comparación

Nivel de la Lección: Dos y Tres

Objetivos de la Lección

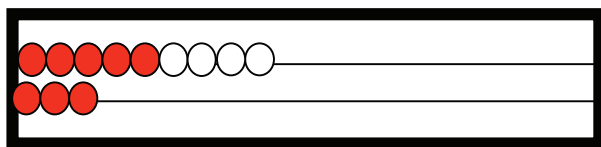
- Usar el Rekenrek para representar problemas de comparación, donde la *diferencia* es desconocida.
- Usar el Rekenrek para representar problemas de comparación, donde la *cantidad comparada* es desconocida.

Introducción e Información previa a la Actividad

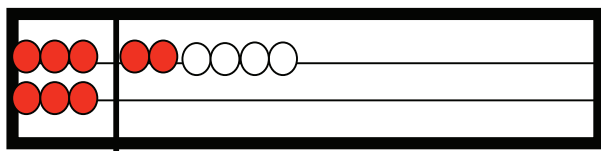
- Este último tipo de problema de la CGI, se refiere a problemas donde se compara dos cantidades. Nuevamente, el Rekenrek puede ser un buen instrumento para que los estudiantes visualicen estos problemas en contexto.
- Existen dos variaciones de los problemas de comparación. El primer tipo es cuando se conoce el valor de dos conjuntos y se quiere determinar cuál es mayor y por cuánto, es decir la diferencia. En el segundo tipo de problema el valor de uno de los conjuntos es conocido así como también cuánto más (o menos) es el valor del segundo conjunto con respecto al primero. La tarea consiste en usar esa información para encontrar cuál es el valor del segundo conjunto.

Desarrollo de la Lección

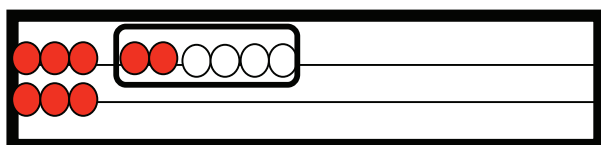
- Se comienza con un problema en que la **DIFERENCIA** es desconocida. Por ejemplo:
“Juan sacó 9 libros de la biblioteca. Pablo sacó 3 libros. ¿Cuántos libros tiene Juan más que Pablo?”
- Se representa el problema en el Rekenrek, mostrando los libros de Juan en la fila de arriba y los de Pablo en la de abajo.
- A continuación se usa un lápiz para ilustrar el número de libros que tienen en común los dos niños.
- Finalmente, se cuentan las cuentas que sobran del conjunto mayor.



Paso 1: Se representa en la fila de arriba los libros de Juan. Represente los libros de Pablo en la fila de abajo.



Paso 2: Se Dibuja una línea que indique el número de libros que tienen en común.



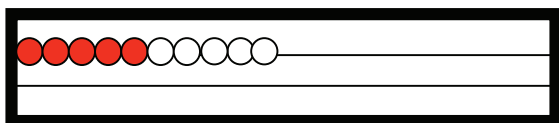
Paso 3: Se cuenta las cuentas que sobran ($2 + 4 = 6$). Juan tiene 6 más que Pablo.

- Después de haber trabajado con los estudiantes varios de estos problemas, se introduce un contexto en que no se conoce la **CANTIDAD COMPARADA**. Por ejemplo:

“Juan sacó 10 libros de la biblioteca. El sacó 8 libros más que Pablo. ¿Cuántos libros sacó Pablo de la biblioteca?”

- Se comienza ayudando a los estudiantes a visualizar el contexto del problema con el Rekenrek. Por ejemplo:

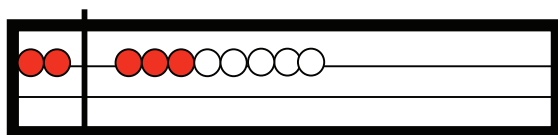
“Pensemos sobre todo lo que sabemos hasta ahora. Juan sacó 10 libros y sabemos que sacó más que Pablo. Veamos los libros de Juan en el Rekenrek.”



Paso 1: Se representa, en la fila de arriba, los libros de Juan. El tiene 10 libros.

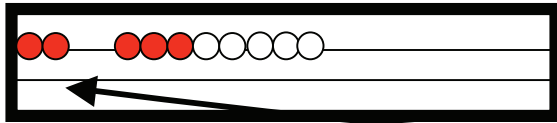
“Ahora, nosotros sabemos que Juan tiene 8 libros más que los sacados por Pablo. Veamos esa cantidad...los 8 libros que Pablo no tiene.”

Los estudiantes necesitarán contar 8 cuentas y lo pueden hacer de varias maneras: 4 conjuntos de 2; 5 blancas y 3 más; dos grupos de 4; etc. Una de estas formas se muestra a continuación.



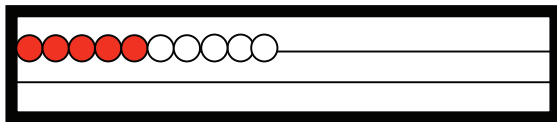
Paso 2: Se muestran los 8 libros que tiene Juan, pero que Pablo no tiene.

- “Ahora podemos ver cuántos libros debe tener Pablo. El tiene 8 libros menos que Juan, o... 2 libros.”

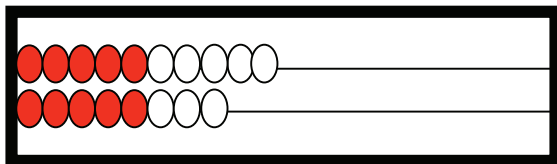


Paso 3: Los libros de Pablo.

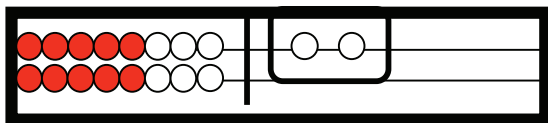
- No debe olvidarse que también se puede representar en la fila de abajo, los libros extra que tenía Juan. Después, se puede observar directamente la comparación entre las dos filas, como se ilustra a continuación:



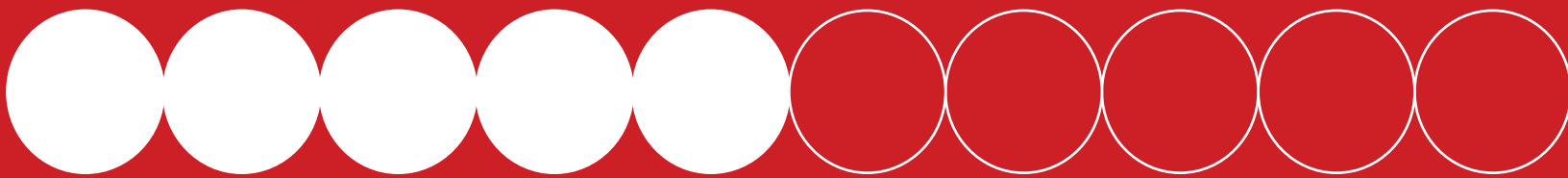
Paso 1: Se representan los libros de Juan, en la fila de arriba. El tiene 10 libros.



Paso 2: Se representa, en la fila de abajo, los 8 libros más que tiene Juan y que Pablo no tiene.



Paso 3: Se separan las 2 cuentas que sobran, que indican que Pablo debía tener 2 libros, puesto que Juan tenía 8 libros más que Pablo al principio.



The primary goal for elementary level mathematics education is to help children develop a rich understanding of numbers – their meanings, their relationships to one another, and how we operate with them. Toward that end, this book introduces teachers to a powerful tool called the Rekenrek. With the Rekenrek, children...

- develop one-to-one number relationships;
- develop a solid understanding of fives and tens;
- recognize the structure of our base-ten number system;
- “decompose” numbers based on number groups that are easily combined;
- see “inside” numbers, recognizing, for example, that seven is “5 and 2 more”;
- develop powerful, intuitive strategies for addition and subtraction;
- become adept at using strategies like doubling, halving, adding on, etc.



Jeffrey Frykholm, Ph.D.

An award winning author, Dr. Jeffrey Frykholm is a former classroom teacher who now focuses on helping teachers develop pedagogical expertise and content knowledge to enhance mathematics teaching and learning. In his Learning to Think Mathematically series of textbooks for teachers, he shares his unique approach to mathematics teaching and learning by highlighting ways in which teachers can use mathematical models (e.g., the rekenrek, the ratio table, the number line, etc.) as fundamental tools in their classroom instruction. These books are designed with the hope that they will support teachers' content knowledge and pedagogical expertise toward the goal of providing a meaningful and powerful mathematics education for all children.